

Le strade verso l'ultimo teorema di Fermat raggiungono esponenti diversi, e la discesa e Kummer insieme mancano 92 esponenti fino a 1000

— insieme, le due mancano ancora **92** esponenti fino a **1000** (il più piccolo è **37**) — solo la strada di Wiles li ha raggiunti tutti — [Articolo 642]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Giappone

Settembre 2026

— *From thinking to syncing.* —

Sommario

Per $n \geq 3$, $x^n + y^n = z^n$ non ha soluzioni in interi positivi coprimi (l'ultimo teorema di Fermat, dimostrato da Wiles nel 1995). Questo articolo non dimostra nulla; espone le strade che raggiungono questo «nessuna soluzione» e conta quali esponenti ciascuna raggiunge. Non si rivendica alcun teorema né alcuna legge nuova.

Primo, la strada della discesa infinita raggiunge $n = 4$ — $x^4 + y^4 = z^2$ non ha soluzioni fino a 3000, mentre la stessa ricerca ha trovato 534 soluzioni coprime di $x^2 + y^2 = z^2$. Se l'esponente è divisibile per 4, questa strada basta (Sezione 3).

Secondo, la strada di Kummer raggiunge i primi regolari — se un primo p è regolare (p non divide nessuno dei numeratori dei numeri di Bernoulli $B_2, \dots, B_{p-3}$), non esiste soluzione con esponente p . Dei 167 primi da 3 fino a sotto 1000, 103 sono regolari (una frazione di 0.616766), e gli unici irregolari sotto 100 sono 37, 59 e 67 (Sezione 4).

Terzo, ed è il nucleo. Anche insieme, le due strade lasciano esponenti non raggiunti — gli esponenti non divisibili per 4 e senza fattori primi dispari regolari sono **92** fino a 1000, il più piccolo dei quali è 37. Ogni strumento raggiunge un intervallo diverso di esponenti, e solo la strada di Wiles li ha raggiunti tutti (Sezione 5).

Quarto, la strada dalla congettura ABC raggiunge gli esponenti grandi (in modo condizionale) — un controesempio avrebbe qualità $\log z^n / \log \text{rad}(xyz)$ superiore a $n/3$. Per $n \geq 5$ ciò supera $5/3$, sopra la più alta nota, 1.629912, verificata nell'Articolo 641. Nessuna delle 1268 terne con $c < 10^6$ ha $q > 5/3$. Esistono però terne che superano i limiti inferiori 1 e $4/3$ per $n = 3$ e 4 (Sezione 6).

Quinto, nel mondo dei polinomi basta una riga, e le quasi-soluzioni non sono soluzioni — una ricerca esaustiva su polinomi a piccoli coefficienti ha trovato 20 coppie per $n = 2$ e nessuna per $n = 3$ o 4 (una conseguenza di Mason–Stothers). Fra gli interi ci sono 18 terne fino a 2000 che mancano di uno, come $9^3 + 10^3 = 12^3 + 1$, ma nessuna che torni esattamente (Sezioni 2 e 7).

Parole chiave: ultimo teorema di Fermat, discesa infinita, primi regolari, numeri di Bernoulli, Kummer.

Portata (scope note): Non si rivendica alcun teorema né alcuna legge nuova——l'ultimo teorema e la sua dimostrazione (Wiles, e Taylor e Wiles, 1995), la discesa infinita per $n = 4$ (Fermat), il teorema di Kummer sui primi regolari (intorno al 1850), la lista dei primi irregolari, la congettura che la frazione di primi regolari sia vicina a $e^{-1/2}$ (Siegel), e il fatto che la congettura ABC escluda gli esponenti grandi (l'esposizione di Granville e Tucker e altri) sono tutti noti. L'ultimo teorema non viene dimostrato——la strada di Wiles (la curva di Frey e la modularità) non si può seguire in numeri, quindi se ne scrive solo l'indirizzo. Non si parla di «radici distinte»——ciò che separa qui non è la fonte di un fenomeno ma lo strumento della dimostrazione, perciò si parla di «strade distinte». I teoremi con lo stesso nome sono tenuti separati——il test di Fermat (il piccolo teorema) dell'Articolo 603 e il teorema di Kummer sui riporti dell'Articolo 608 sono teoremi diversi dal Fermat e dal Kummer di questo articolo. Rapporto con gli articoli precedenti: l'Articolo 641 ha contato che la congettura ABC è un teorema per i polinomi e una congettura per gli interi, e ha posto Fermat per i polinomi come conseguenza in una riga——questo articolo colloca quella strada dei polinomi e la strada dalla ABC in un appello delle strade verso l'ultimo teorema per gli interi. L'Articolo 31 ha dato al π della serie di Ramanujan l'indirizzo di un periodo di forme modulari——anche la strada di Wiles passa per le forme modulari. Ciò che si aggiunge è decidere la regolarità fino a 1000 per due vie, contare gli esponenti raggiunti né dalla discesa né da Kummer, confrontare il limite inferiore $n/3$ sulla qualità di un controesempio con le terne note, e porre il separatore sull'intervallo di esponenti che ciascuno strumento raggiunge.

1. Notazione e domanda

L'ultimo teorema: per $n \geq 3$, $x^n + y^n = z^n$ non ha soluzioni in interi positivi coprimi. Per un divisore d di n , una soluzione di $x^n + y^n = z^n$ dà una soluzione di $(x^{n/d})^d + (y^{n/d})^d = (z^{n/d})^d$. Ogni $n \geq 3$ è divisibile per 4 o per un primo dispari, quindi basta mostrare che non ci sono soluzioni per $n = 4$ e per i primi dispari p .

Domanda: quali strumenti raggiungono questo «nessuna soluzione», e fino a quali esponenti?

2. Il mondo dei polinomi

Calcolo 2.1: fra i 124 polinomi di grado al più 2 con coefficienti interi da -2 a 2 sono state scelte coppie coprime non costanti $x(t), y(t)$, e si sono cercate quelle per cui $x^n + y^n$ è la potenza n -esima di un polinomio (restringendo con i valori in $t = 2$ fino a 8 e confermando con la fattorizzazione). Per $n = 2$ sono state trovate 20 coppie (fra cui $(2t)^2 + (t^2 - 1)^2 = (t^2 + 1)^2$); per $n = 3$ e 4 , nessuna.

Osservazione 2.2: nel mondo dei polinomi ogni $n \geq 3$ è raggiunto in una riga. Applicando il teorema di Mason–Stothers dell'Articolo 641, con D il grado massimo, si ottiene $nD \leq 3D - 1$, dunque $n < 3$ ——ma questo è l'ultimo teorema per i polinomi, non una strada verso l'ultimo teorema per gli interi. Agli interi manca la derivata che la sua dimostrazione usa.

3. La strada della discesa infinita ($n = 4$)

Calcolo 3.1: la ricerca in $1 \leq x \leq y \leq 3000$ di un intero z con $x^4 + y^4 = z^2$ non ne ha trovato nessuno. La stessa ricerca ha trovato 534 soluzioni coprime di $x^2 + y^2 = z^2$ (un controllo positivo che la ricerca funziona).

Osservazione 3.2: la strada di Fermat stesso nega una soluzione mostrando che ogni soluzione ne darebbe una più piccola (discesa infinita). Poiché $x^4 + y^4 = z^4$ è un caso particolare di $x^4 + y^4 = (z^2)^2$, ciò risolve $n = 4$ — e ogni esponente divisibile per 4 si riduce a $n = 4$.

4. La strada di Kummer (primi regolari)

Calcolo 4.1: un primo dispari p è regolare quando p non divide nessuno dei numeratori dei numeri di Bernoulli $B_2, B_4, \dots, B_{p-3}$. La regolarità è stata decisa per due vie, una con i numeri di Bernoulli esatti e una che segue, tramite una ricorrenza, solo i resti della divisione per p , e i risultati hanno concordato per ogni primo $p < 200$. La regolarità è stata poi decisa fino a $p < 1000$.

primi da 3 fino a sotto 1000	167
regolari	103 (frazione 0.616766)
irregolari	64
primi irregolari sotto 100	37, 59, 67

Fra i primi con indice di irregolarità 2 o più ci sono 157 ($k = 62, 110$) e 691 ($k = 12, 200$), 14 in tutto; 491, 617 e 647 hanno indice 3. La frazione 0.616766 differisce di +0.010236 dal valore congetturato da Siegel, $e^{-1/2} = 0.606531$.

Osservazione 4.2: la strada di Kummer raggiunge solo i primi regolari. E mentre è noto che esistono infiniti primi irregolari, non si sa ancora se esistano infiniti primi regolari — l'ampiezza stessa di ciò che questa strada raggiunge è una questione aperta.

5. Esponenti che nessuna strada raggiunge

Calcolo 5.1: fra gli esponenti da $n = 3$ a 1000, quelli non divisibili per 4 e senza fattori primi dispari regolari (che non si riducono né alla discesa infinita né alla strada di Kummer) sono 92. In ordine crescente sono 37, 59, 67, 74, 101, 103, 118, 131, 134, 149. In ciascuno ogni fattore primo dispari è irregolare, e nessuno è divisibile per 4.

Osservazione 5.2: questo è il nucleo: ogni strumento raggiunge un intervallo diverso di esponenti, e anche insieme due di essi lasciano 92 lacune fino a 1000. La discesa infinita raggiunge i multipli di 4, la strada di Kummer gli esponenti con un fattore primo dispari regolare. Un primo irregolare come 37 stesso non è raggiunto da nessuna delle due——lo stesso «nessuna soluzione» è stato raggiunto per strade diverse per esponenti diversi, e solo la strada di Wiles (la curva di Frey e la modularità) li ha raggiunti tutti.

6. La strada dalla congettura ABC (condizionale)

Calcolo 6.1: se $x < y < z$ coprimi soddisfano $x^n + y^n = z^n$, allora $\text{rad}(x^n y^n z^n) = \text{rad}(xyz) \leq xyz < z^3$, quindi la qualità di questa terna soddisfa

$$q = \frac{\log z^n}{\log \text{rad}(xyz)} > \frac{n}{3}.$$

$n/3$ vale 1.000000 per $n = 3$, 1.333333 per 4, 1.666667 per 5, 2.000000 per 6 e 2.333333 per 7.

qualità più alta nota ($2 + 3^{10} \times 109 = 23^5$, Articolo 641)	1.629912 (differenza da 5/3: -0.036755)
terne con $q > 1$ e $c < 10^6$	1268 (la più alta 1.567887)
di cui $q > 4/3$	20
di cui $q > 5/3$	0

Osservazione 6.2: per $n \geq 5$, un controesempio sarebbe una terna di qualità più alta di qualunque trovata finora. Se la congettura ABC è vera, solo un numero finito di terne ha qualità sopra 5/3, quindi i controesempi con esponenti grandi sono limitati. D'altra parte, terne che superano i limiti inferiori 1 e 4/3 per $n = 3$ e 4 esistono già con $c < 10^6$, e questa strada da sola non può escluderle——la strada dalla ABC raggiunge gli esponenti grandi, e la discesa infinita e la strada di Kummer si occupano di quelli piccoli.

7. Vicino, ma non lì

Calcolo 7.1: con $2 \leq x \leq y \leq 2000$, 18 terne hanno $x^3 + y^3$ che differisce di uno da un cubo (9 dal lato $z^3 + 1$ e 9 dal lato $z^3 - 1$). In ordine crescente cominciano con $6^3 + 8^3 = 9^3 - 1$, $9^3 + 10^3 = 12^3 + 1$ (1729) e $64^3 + 94^3 = 103^3 + 1$. Non è stata trovata alcuna terna con $x^3 + y^3 = z^3$.

Osservazione 7.2: le quasi-soluzioni non sono un indizio di soluzione. Ci sono 18 terne fino a 2000 che mancano di uno, ma nessuna con uno scarto di 0——«nessuna soluzione» non è una questione di vicinanza ma di una struttura che non può essere esattamente uguale.

8. Il separatore

Osservazione 8.1: il separatore è l'intervallo di esponenti che ciascuno strumento raggiunge. La discesa infinita raggiunge i multipli di 4, la strada di Kummer i primi regolari, la strada dalla ABC (in modo condizionale) gli esponenti grandi, e la strada dei polinomi il mondo dei polinomi. Ciascuna è parziale, e 92 lacune restano fino a 1000 —lo stesso «nessuna soluzione» è sostenuto da strumenti diversi sui propri intervalli, e solo la strada di Wiles lo ha sostenuto per intero.

Osservazione 8.2: accanto all'Articolo 641, all'Articolo 31, all'Articolo 603 e all'Articolo 608. L'Articolo 641 è l'origine della strada dei polinomi e della strada dalla ABC, e l'Articolo 31 ha scritto un indirizzo nelle forme modulari. Il test di Fermat dell'Articolo 603 e il teorema di Kummer dell'Articolo 608 sono teoremi diversi delle stesse persone —lo stesso nome, che indica un teorema diverso, è uno strumento diverso.

Osservazione 8.3: ciò che non si dice. L'ultimo teorema non viene dimostrato, della strada di Wiles si scrive solo l'indirizzo, e non si parla di «radici distinte» —ciò che si mostra è fino a quali esponenti arriva ciascuna delle quattro strade, e quanti esponenti mancano.

9. Appello e chiusura

1. nessuna soluzione polinomiale per $n = 3$ e 4 (Calcolo 2.1): 20 coppie per $n = 2$.
2. la strada dei polinomi non è una strada per gli interi (Osservazione 2.2): nessuna derivata.
3. $x^4 + y^4 = z^2$: nessuna fino a 3000 (Calcolo 3.1): controllo positivo 534.
4. primi regolari: 103 su 167 (Calcolo 4.1): 0.616766.
5. primi irregolari sotto 100: 37, 59, 67 (Calcolo 4.1): due vie concordano.
6. l'infinità dei primi regolari è aperta (Osservazione 4.2): l'ampiezza della strada è una domanda.
7. 92 esponenti che nessuna strada raggiunge (Calcolo 5.1): il più piccolo è 37.
8. ogni strumento ha il proprio intervallo (Osservazione 5.2): il nucleo.
9. la qualità di un controesempio supera $n/3$ (Calcolo 6.1): oltre la più alta nota per $n \geq 5$.
10. 18 quasi-soluzioni, 0 esatte (Calcolo 7.1): la vicinanza non è un indizio.

Chiusura: All'ultimo teorema di Fermat, che $x^n + y^n = z^n$ non ha soluzioni per $n \geq 3$, la discesa infinita arriva da $n = 4$ e la strada di Kummer dai primi regolari, e 0.616766 dei primi dispari sotto 1000 erano regolari. Anche insieme, le due non raggiungono 92 degli esponenti fino a 1000 (il più piccolo è 37) —poiché la qualità di un controesempio supererebbe $n/3$, la strada dalla congettura ABC raggiunge in modo condizionale gli esponenti grandi, ma non quelli piccoli. Nel mondo dei polinomi basta una riga, e le terne intere che mancano di uno non sono soluzioni. Il separatore è l'intervallo di esponenti che ciascuno strumento raggiunge. Collocato fra gli articoli

precedenti——la strada dei polinomi e la strada dalla ABC dell’Articolo 641 entrano nell’appello delle strade verso l’ultimo teorema per gli interi.Detto onestamente——alla strada di Wiles si dà solo un indirizzo, e nella dimostrazione dell’ultimo teorema non si entra.

Bibliografia

1. Granville, A., & Tucker, T. J. (2002). It’s as easy as abc. *Notices of the American Mathematical Society*.
2. Taylor, R., & Wiles, A. (1995). Ring-theoretic properties of certain Hecke algebras. *Annals of Mathematics*.
3. Washington, L. C. (1997). *Introduction to Cyclotomic Fields*. Springer.
4. Wiles, A. (1995). Modular elliptic curves and Fermat’s Last Theorem. *Annals of Mathematics*.
5. Yamagishi, Y. (2026). *The π That Carries No Dimension* [Articolo 31]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090430
6. Yamagishi, Y. (2026). *561 Passes Fermat’s Test for Every Base Coprime to It* [Articolo 603]. Zenodo.
7. Yamagishi, Y. (2026). *The Odd Numbers in Pascal’s Triangle Are Counted by the Ones in the Row Number Written in Binary* [Articolo 608]. Zenodo.
8. Yamagishi, Y. (2026). *The ABC Conjecture Is a Theorem for Polynomials and a Conjecture for Integers: Integers Lack the Derivative* [Articolo 641]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22805478

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)