

因果球のベッケンシュタイン-ホーキング・エントロピーと c^5

— 情報容量の次元階段 —

導出ではなく、指数構造の観察

著者: 山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

所属: Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

投稿区分: 論文65 (Paper 65) | Zenodo: 10.5281/zenodo.21616466

Category: 物理学 / 情報理論 / 構造的解釈

キーワード: ベッケンシュタイン-ホーキング・エントロピー, 因果球, プランク長, 次元階段, c^5 , 情報容量

— From thinking to syncing. —

本稿の位置づけ

本稿は確立した関係に対する構造的解釈——具体的には指数構造の観察——を提示する。ベッケンシュタイン-ホーキング・エントロピーを導出しないし、SIでの文字通りの等式 $S = \pi c^5$ を主張せず、新たな物理法則も提案しない。「 $S = \pi c^5$ 」は論文44・57の c 階段の指数記法の中で成り立つ言明であり、 c の冪は次元の段を記録するのであって次元を持つ量を表すのではない。論文48の規律に従い、数値/指数の一致は精密化された共鳴として報告し、決して出自の同一性としては報告しない。既存理論と矛盾する主張は含まない。

概要

論文44の次元階段は指数 c^5 を「容量」の段（重力波光度・バルク密度と共有）に割り当てた。本稿はその段に情報理論的な読みを与える。三つの確立された素材——ベッケンシュタイン-ホーキング・エントロピー $S = A/(4l_p^2)$ ；逆数パッチ $\hbar G = 1$ での $l_p^2 = c^{-3}$ （論文44）；単位時間 $t = 1$ での因果球 $A = 4\pi c^2$ （論文60・61）——を組み合わせると $S = \pi c^5$ が得られ、指数は $5 = 2 + 3$ （面積 c^2 × 逆プランク面積 c^3 ）と厳密に分解する。これは論文50のプランク圧力（ c^7 , $7 = \frac{5}{2} + 3 \cdot \frac{3}{2}$ ）の兄弟であり、論文44の c^5 段と整合する。これを指数構造の観察として述べる：「 $c^5 = \text{容量}$ 」の直観が、因果球の情報容量というベッケンシュタイン-ホーキングの読みを獲得する。これがエントロピー則の導出でないこと、 $S = \pi c^5$ が指数記法の言明（SIでは無次元）であること、 $t = 1$ に依存すること、指数の一致は共鳴であって出自の共有ではないこと、を明示する。

§1. 序論

論文44は c の冪を「次元階段」に整理し、 c^5 を容量と名づけた段に置いた（四重極重力波光度 $L \sim G^{-1}c^5$ とプランク密度が乗る段）。当時これは指数の帳簿づけの直観だった。本稿はより鋭い問いを立てる： c^5 段は情報理論的な読みを許すか？

自然な候補はベッケンシュタイン–ホーキング・エントロピー——幾何学的面積が文字通り情報の数え上げになる、物理学で唯一の場所——である。プランク長の逆数パッチ・スケーリング（論文44）と論文60–61の因果球面積を用いると、因果球のエントロピーがちょうど c^5 段に乗り、指数が $5 = 2 + 3$ と分解することを示す。

本稿が行わないこと。エントロピー則の導出は行わない（Bekenstein 1973 / Hawking 1975 を引用・仮定）。 $S = \pi c^5$ を次元を持つSI等式として主張しない。段を読むだけである。

§2. 三つの素材

2.1 ベッケンシュタイン–ホーキング・エントロピー（確立）

面積 A の地平線（より一般にスクリーン）に対し（以下 $k_B = 1$ ）：

$$S = \frac{k_B c^3}{4\hbar G} A = \frac{A}{4l_P^2} \quad (l_P^2 = \hbar G/c^3)$$

これは所与とする（Bekenstein 1973; Hawking 1975; Jacobson 1995; Padmanabhan 2010）。

2.2 プランク面積の逆数パッチ・スケーリング（論文44）

逆数パッチ $\hbar G = 1$ （ $\hbar = 1/(4\pi)$ 、 $G = 4\pi$ ）のもとで：

$$l_P = \sqrt{\hbar G/c^3} = c^{-3/2}, \quad l_P^2 = c^{-3}$$

ここで c は純粋な階段変数（論文44・57）：その指数は次元の段を記録し、SIの大きさではない。

2.3 因果球の面積（論文60・61）

単位時間 $t = 1$ での光/因果球 $r = ct$ は半径 c のユークリッド 2 球：

$$A = 4\pi(ct)^2 \xrightarrow{t=1} 4\pi c^2$$

(4π は論文01の全立体角； $t = 1$ は論文61の単位時間の約束と同じ。)

§3. 計算

命題 3.1 (c^5 段に乗る因果球エントロピー)

2.2・2.3 を 2.1 に代入して：

$$S = \frac{A}{4l_P^2} = \frac{4\pi c^2}{4c^{-3}} = \pi c^2 \cdot c^3 = \pi c^5 \quad \left(= \pi c^5 / (\hbar G) \right)$$

指数は厳密に 5 (エントロピー) $= 2$ (面積 c^2) $+ 3$ (逆プランク面積 c^3) と分解する。

証明. 直接代入。 $A = 4\pi c^2$ 、 $1/l_P^2 = c^3$ より $S = (4\pi c^2)(c^3)/4 = \pi c^5$ 。指数 5 は面積の指数 2 と逆プランク面積の指数 3 の和。■

観察 3.2 (プランク圧力階段の兄弟)

分解 $5 = 2 + 3$ は、論文50のプランク圧力—— $P_{Pl} = c^7/(4\pi)$ の指数 7 が $7 = \frac{5}{2} + 3 \cdot \frac{3}{2}$ と分解する——のエントロピー版である。両者は同じ階段の算術： c の幾何学的冪をプランク長の冪で割る。さらに c^5 は重力波光度 $L \sim G^{-1}c^5$ (論文42) とプランク密度の段でもあり、因果球エントロピーがこの段に加わることは階段の整合性検査であって、新しい偶然ではない。

§4. 段を読む

命題3.1の内容は読みであって導出ではない。通常の読みでは $\hbar, G, c$ を固定して数を計算する。階段の読みでは c の指数を次元シグネチャとして追う（論文44・57）。「 $S = \pi c^5$ 」は後者の読みの中の言明：因果球エントロピーは第5段に乗り、その段は（2次元面積） $\times$ （3つの逆プランク長の冪）として組み立てられる、と述べている。

これは論文44の「 $c^5 = \text{容量}$ 」の直観に具体的な情報理論的錨を与える：容量段は、 π と $t = 1$ の約束を除いて、因果球のベッケンシュタイン–ホーキング情報量である。これは満足のいく共鳴である。論文48の規律に従い、ここで止める：指数の共有は出自の共有ではない。重力波光度の c^5 （放射される仕事率）と因果球エントロピーの c^5 （情報の数え上げ）は階段上の位置が一致するが、それによって同一視されるわけではない。

§5. 主張の射程

確立されたこと

1. BH則、逆数パッチ $l_P^2 = c^{-3}$ 、 $t = 1$ での $A = 4\pi c^2$ を与えれば $S = \pi c^5$ （命題3.1）、 $5 = 2 + 3$ 。
2. これは論文50のプランク圧力分解のエントロピー版であり、論文44の c^5 段と整合（観察3.2）。

確立されていないこと／未解決問題

- ・ベッケンシュタイン–ホーキング則の導出（仮定であって導出ではない）。
- ・次元を持つSI等式。「 $S = \pi c^5$ 」は指数記法の言明で、SIでは S は無次元、等式は c の指数のレベルで読む。
- ・単位時間の選択からの独立性（面積、したがって S は論文61の $t = 1$ を担う）。
- ・容量段と地平線エントロピーの出自の共有。指数の一致は共鳴（論文48）であって同一性ではない。
- ・未解決： $t = 1$ に依存しない共変な対象（因果球上で積分したエントロピー密度など）で、その c 指数が 5 に強制されるものはあるか？ あれば段の観察から共変な言明へ格上げされる。

§6. 結論

因果球のベッケンシュタイン–ホーキング・エントロピーは、逆数パッチのプランク面積 $l_P^2 = c^{-3}$ と因果球面積 $A = 4\pi c^2$ で評価すると $S = \pi c^5$ であり、指数は $5 = 2 + 3$ ときれいに分解する。これは因果球の情報容量を論

文44の階段の c^5 段に置き、「 c^5 = 容量」の直観を指数構造として精密化する。エントロピー則の導出も、SI等式も、他の c^5 現象との出自の共有も主張しない——ただ同じ段を占めるという、論文48の規律の下で記録される共鳴のみを述べる。

参考文献

1. Bekenstein, J. D. (1973). *Black holes and entropy*. Phys. Rev. D, 7, 2333–2346.
2. Hawking, S. W. (1975). *Particle creation by black holes*. Commun. Math. Phys., 43, 199–220.
3. 't Hooft, G. (1993). *Dimensional reduction in quantum gravity*. arXiv:gr-qc/9310026.
4. Jacobson, T. (1995). *Thermodynamics of spacetime: the Einstein equation of state*. Phys. Rev. Lett., 75, 1260–1263.
5. Padmanabhan, T. (2010). *Thermodynamical aspects of gravity: new insights*. Rep. Prog. Phys., 73, 046901.
6. [Yamagishi 2026, Paper 44] Y. Yamagishi, *The c^1 – c^6 Dimensional Hierarchy*. Zenodo. [10.5281/zenodo.21602231](https://zenodo.org/record/105281/10.5281/zenodo.21602231)
7. [Yamagishi 2026, Paper 48] Y. Yamagishi, *The Origin of Special Numbers and the Discipline of Non-Unification*. Zenodo. [10.5281/zenodo.21602525](https://zenodo.org/record/105281/10.5281/zenodo.21602525)
8. [Yamagishi 2026, Paper 50] Y. Yamagishi, *Planck Pressure and the c^7 Bulk Stress*. Zenodo. [10.5281/zenodo.21602796](https://zenodo.org/record/105281/10.5281/zenodo.21602796)
9. [Yamagishi 2026, Paper 60] Y. Yamagishi, *c as the Radius of Velocity Space*. Zenodo. [10.5281/zenodo.21598012](https://zenodo.org/record/105281/10.5281/zenodo.21598012)
10. [Yamagishi 2026, Paper 61] Y. Yamagishi, *The Light Sphere $r = ct$* . Zenodo. [10.5281/zenodo.21598127](https://zenodo.org/record/105281/10.5281/zenodo.21598127)

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)