混ぜた音は正規分布に近づく——だから正規分布から最も遠い向きが、元の音である

— 尖度の最も大きい・小さい向きを探すと、混合行列を知らずに相関 **0.999994** で元の音に戻る — 分離子は、音源が正規分布でないかである — [論文655]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

二人が同時に話す部屋で二本のマイクを立てると、どちらのマイクにも二人の声が違う割合で混ざる。混ぜ方（混合行列）を知らずに、二人の声を分けられるだろうか。独立成分分析は、音源が互いに独立で、しかも正規分布でないことだけを使って、これを解く。なぜ解けるのか、そしてどこで解けなくなるのかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、混ぜると、正規分布に近づく——一様（尖度 **−1.2180**）とラプラス（尖度 **2.9725**）の音源を条件数 **5.5904** の行列で混ぜると、マイクの信号の尖度は **−0.0172** と **1.5013** で、正規分布の **0** に近づいた（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。正規分布から最も遠い向きが、元の音である——マイクの信号を白色化し、向きごとに尖度を測ると、最大 **2.9725**、最小 **−1.2180** で、二つの音源の尖度そのものだった。その向きへ回すと、元の音と相関 **0.999994** で戻った（第3節）。 第三に、音源が正規分布なら、分けられない——二つとも正規分布の音源では、尖度の地形は最大 **0.0833** でほぼ平らで、初期値を **12** 通り変えても、元の音との相関は **0.853026** にしかならなかった（第4節）。 第四に、マイクが音源より少ないと、分けられない——音源 **3** つ・マイク **2** 本では、混合行列を知っていても、線形に取り出せる相関は最大 **0.963938**、**0.681459**、**0.777127** だった。分離子は、音源が正規分布でないか、そしてマイクが音源より少なくないかである（第5節）。 キーワード：独立成分分析、音源分離、尖度、中心極限定理、ブラインド信号分離。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——独立成分分析（コモン 1994）、情報最大化による分離（ベル・セイノフスキー 1995）、固定点法（ヒヴァリネン・オヤ 2000）、正規分布の音源は分けられないことは、いずれも既知である。扱わないもの——実際の録音、部屋の残響、音が遅れて届く混合は扱わない。どれも瞬時の混合の先の話である。並べ替えと倍率は決まらない——取り出した音の順番・符号・大きさは決まらない（既知）。相関は、組を合わせて絶対値で測った。疎さを使う方法は扱わない——音源がマイクより多いときに疎さを使って分ける方法があるが、本稿の線形の分離には入れない。既刊との関係：論文187 は、回転しても積の密度が変わらないのは正規分布だけであり、無相関と独立は別であることを示した——ここではその定理が、音を分けられるかどうかの境目になることを示す。論文188 は、未知数より少ない測定でも、信号の疎さと測り方の広がりが足りない情報を補えば厳密に決まることを示した——ここでは足りない情報を補うのは非正規性で、マイクが足りない分は補えなかった。加えたのは、混ぜると尖度が 0 に近づくことを数えたこと、尖度の地形の極値が音源の尖度そのものであることを示したこと、正規分布の音源と劣決定の対照を並べたこと、分離子を非正規性に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：二つの音源 $s = (s_1, s_2)$ が、混合行列 A で二本のマイクに混ざる。

$$x = A\,s, \qquad A = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.8 \\ 0.6 & 1.0 \end{pmatrix}$$

s_1 は一様分布、s_2 はラプラス分布で、どちらも分散 1、標本は 20000 個である。尖度（超過）は $E[y^4]/E[y^2]^2 - 3$ で、正規分布なら 0、一様なら負、ラプラスなら正である。分ける手順は、まずマイクの信号を白色化（相関をなくし分散をそろえる）し、次に尖度が極値になる向きへ回す（固定点法）。

問い：混合行列を知らずに、なぜ分けられるのか。そしてどこで分けられなくなるのか。

2. 混ぜると、正規分布に近づく

計算 2.1：音源の尖度は一様 -1.2180、ラプラス 2.9725 だった。混合行列の条件数は 5.5904 で、二本のマイクの信号の相関は 0.9370 だった。マイクの信号の尖度は -0.0172 と 1.5013 だった。

> **観察 2.2**
>
> 混ぜると、尖度は 0 に近づく。独立なものを足し合わせると正規分布に近づく、という中心極限定理の向きが、二つを混ぜただけでもう見える——混ぜることは、正規分布へ近づくことである。

3. 尖度の地形

計算 3.1：白色化した信号を、向き θ（0 から 180 度、361 通り）へ射影して尖度を測った。最大は 2.9725、最小は −1.2180 で、二つの音源の尖度と 0.01 以内で一致した。固定点法でその向きへ回すと、取り出した音と元の音の相関（組を合わせて小さいほう）は 0.999994 だった。初期値を 12 通り変えても、どれも 0.999994 だった。

> 観察 3.2
>
> これが本稿の芯である。正規分布から最も遠い向きが、元の音である。混ぜると正規分布に近づくのなら、逆に、正規分布から最も遠ざかる向きを探せば、混ぜる前に戻る。尖度の地形の山と谷は、ちょうど音源の向きにあった——混合行列を知らなくても、音源が正規分布でないことが、戻る向きを教える。

4. 音源が正規分布なら

計算 4.1：二つとも正規分布の音源を同じ行列で混ぜ、白色化して尖度の地形を測った。最大 0.0833、最小 −0.0046 だった。固定点法で初期値を 12 通り変えると、元の音との相関はどれも 0.853026 で、取り出した二つの尖度は 0.0823 と 0.0339 だった。

> 観察 4.2
>
> 音源が正規分布なら、分けられない。尖度の地形はほぼ平らで、どの向きにも山が無い。取り出した尖度 0.0823 は地形の最大 0.0833 に近く、固定点法は標本のゆらぎが作った小さな山に落ち着いたと見られる。それは音源の向きではない——論文187 が示したとおり、回しても積の密度が変わらないのは正規分布だけである。白色化した正規の音源は、どう回しても独立に見え、元の向きを示すものが残らない。

5. マイクが足りないとき

計算 5.1：音源を 3 つ（一様・ラプラス・ラプラス）、マイクを 2 本にした。混合行列を知っていても、二本のマイクの信号から線形に取り出せる相関の最大は、0.963938、0.681459、0.777127 だった。

観察 5.2

マイクが音源より少ないと、線形では分けられない。二本のマイクは二つの方向しか持たないので、三つの音源を一つずつ取り出す向きが無い——論文188 は、測定が未知数より少なくても、信号の疎さが足りない情報を補えば厳密に決まることを示した。本稿の線形の分離では、足りないマイクの分を非正規性は補えなかった。

6. 分離子

観察 6.1

分離子は、音源が正規分布でないか、そしてマイクが音源より少なくないかである。非正規で、マイクが足りていれば、混合行列を知らなくても分けられる。正規なら、白色化のあとに回す向きが決まらない。マイクが足りなければ、向きそのものが足りない——分けられるかどうかは、音の大きさや混ぜ方の強さではなく、分布の形と数の釣り合いで決まる。

観察 6.2

言わないこと。実際の録音、残響、遅れのある混合は扱わない。取り出した音の順番・符号・大きさは決まらない（既知）。疎さを使う方法は入れていない——示したのは、瞬時の混合で、何が分離を可能にし、何が不可能にするかである。

7. 点呼と結び

1. 音源の尖度 **−1.2180・2.9725**（計算 2.1）：一様とラプラス。
2. マイクの尖度 **−0.0172・1.5013**（計算 2.1）：混ぜると **0** に近づく。
3. 地形の極値＝音源の尖度（計算 3.1）：山と谷が音源の向き。
4. 分離後の相関 **0.999994**（計算 3.1）：混合行列を知らずに戻る。
5. 正規から最も遠い向きが元の音（観察 3.2）：本稿の芯。
6. 正規の音源の地形 最大 **0.0833**（計算 4.1）：ほぼ平ら。
7. 正規の音源の相関 **0.853026**（計算 4.1）：分けられない。
8. 回しても変わらないのは正規だけ（観察 4.2）：論文187。

9. マイク **2** 本・音源 **3** つで最大 **0.963938**（計算 5.1）：足りない。
10. 非正規か、数が足りるか（観察 6.1）：**分離子・論文188**。

結び：混ぜた音は正規分布に近づく。だから正規分布から最も遠い向きを探せば、混合行列を知らずに元の音へ戻れ、一様とラプラスの音源は相関 0.999994 で分かれた。音源が正規分布だと尖度の地形は平らになり（最大 0.0833）、相関は 0.853026 にしかならなかった。音源がマイクより多いと、混合行列を知っていても線形では取り出せなかった——分離を可能にしているのは、音源が正規分布でないことである。分離子は、音源が正規分布でないか、そしてマイクが音源より少なくないかである。既刊との位置——論文187 の「回しても変わらないのは正規だけ」が、分けられるかどうかの境目になった。正直に言えば——瞬時の混合だけを扱い、残響と遅れと疎さは入っていない。

参考文献

1. Bell, A. J., & Sejnowski, T. J. (1995). An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution. *Neural Computation*.
2. Comon, P. (1994). Independent component analysis, a new concept? *Signal Processing*.
3. Hyvärinen, A., & Oja, E. (2000). Independent component analysis: algorithms and applications. *Neural Networks*.
4. 山岸勇輝 (2026). 『正規分布が特別である理由は、一つではない』[論文187]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22105639
5. 山岸勇輝 (2026). 『未知数より少ない測定で、厳密に決まる』[論文188]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22105691

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)