窓を倍にしても部屋の一点は倍明るくならない——効くのは余弦で重みづけた空の見込みである

— 窓の半角 **45** 度を **90** 度にすると、立体角は **3.414214** 倍だが明るさは **2.000000** 倍、窓の半径が距離に等しいとき面積を **2** 倍にしても **1.333333** 倍にしかならない — 分離子は、窓の面積か、空の見込みかである — [論文662]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

部屋を明るくしたければ窓を大きくすればよい、と考えるのは自然である。だが部屋の中のある一点の明るさは、窓の面積ではなく、その点から見える空が、どれだけ真正面に近い向きを占めているかで決まる。一様に明るい空の下で、窓の大きさと向かいの建物が一点の明るさにどう効くかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、一点の明るさは、立体角ではなく、余弦で重みづけた見込みで決まる——丸い窓の半角を **10** 度から **20** 度にすると、立体角は **3.969616** 倍、明るさは **3.879385** 倍でほぼ同じだが、**45** 度から **90** 度にすると、立体角は **3.414214** 倍なのに明るさは **2.000000** 倍にしかならない（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。窓の近くでは、窓を倍にしても明るさは倍にならない——窓の半径÷距離が **0.1** なら面積 **2** 倍で明るさ **1.980392** 倍だが、**1.0** なら **1.333333** 倍、**2.0** なら **1.111111** 倍だった。見込みは上限 π に飽和する（第2節）。 第三に、向かいの建物は、窓の面積を変えずに空を奪う——向かいの建物が高度 θ まで空を隠すと、壁の窓に届く空の光は $1-(2\theta+\sin 2\theta)/\pi$ 倍になり、**30** 度で **0.391002**、**45** 度で **0.181690**、**60** 度で **0.057669** だった。高さ **30 m** の建物が **20 m** 先にあると、**1.5 m** の高さの窓は **0.090211**、**29 m** の窓は **0.936444** だった（第3節）。 第四に、分離子は、窓の面積か、空の見込みかである——窓から入る光の総量は面積に比例して増えるが、ある一点の明るさは空の見込みで決まり、飽和し、向かいの建物に削られる（第4節）。 キーワード：採光、立体角、余弦則、空の見込み、向かいの建物。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——面に届く光が入射の余弦に比例すること（ランベルトの余弦則）、一様な空からの照度が余弦で重みづけた立体角で決まること、周りの建物が昼光を減らすことは、いずれも採光で既知である（ホプキンソンら 1966 など）。空は一様に明るいとした——空の輝度の分布、直射日光、地面や向かいの建物からの照り返し、ガラスの透過率、室内の反射は入れない。形を簡単にした——窓は丸い窓を正面から見るとし、向かいの建物は窓と平行に無限に長いとした。既刊との関係：論文587 は、一様な空の下で水平な天窓が同じ広さの壁の窓の 2.000000 倍の光を受けることを示し、周りの建物と部屋の中の明るさ（昼光率）は扱わないと明記した——本稿はその席に座り、窓の大きさと向かいの建物が一点の明るさにどう効くかを、同じ余弦の重みで数える。加えたのは、立体角と余弦で重みづけた見込みを並べて飽和を示したこと、窓の面積を倍にしたときの明るさの倍率を距離ごとに出したこと、向かいの建物が隠す空の分を閉じた式と数値積分で出したこと、分離子を面積と見込みに置いたことである。

1. 記法と問い

設定：空の輝度 L が一様なとき、ある面の上の一点が受ける照度は

$$E = L \int \cos\theta \, d\Omega$$

で、θ は面の法線から測った向きである。積分を「余弦で重みづけた見込み」と呼ぶ。空が半球全部なら π で、これが上限である。半角 α の丸い窓を正面から見るとき、立体角は $2\pi(1-\cos\alpha)$、余弦で重みづけた見込みは $\pi \sin^2\alpha$ である。壁の窓の前に無限に長い建物があり、高度 θ_0 より下の空を隠すとき、窓に届く空の光は、隠されないときの $1 - (2\theta_0 + \sin 2\theta_0)/\pi$ 倍になる。

問い：ある一点の明るさを決めているのは、窓の面積か、空の見込みか。

2. 窓の大きさ

計算 2.1：半角 α の丸い窓の、立体角と余弦で重みづけた見込みを出した。

半角	立体角	余弦で重みづけた見込み	上限 π に対して
10 度	0.095456 sr	0.094731	0.030154
20 度	0.378922 sr	0.367497	0.116978
30 度	0.841787 sr	0.785398	0.250000
45 度	1.840302 sr	1.570796	0.500000
60 度	3.141593 sr	2.356194	0.750000
90 度	6.283185 sr	3.141593	1.000000

半角 10 度から 20 度で、立体角は 3.969616 倍、明るさは 3.879385 倍。45 度から 90 度で、立体角は 3.414214 倍、明るさは 2.000000 倍だった。

計算 2.2：窓の面積を 2 倍にしたとき（半径を $\sqrt{2}$ 倍）の、正面の一点の明るさの倍率を出した。窓の半径÷距離が 0.1 で 1.980392、0.5 で 1.666667、1.0 で 1.333333、2.0 で 1.111111 だった。

> **観察 2.3**
>
> これが本稿の芯である。窓の近くでは、窓を倍にしても明るさは倍にならない。小さな窓や遠い窓では、見込みはほぼ面積に比例する。だが窓が大きく見えるほど、増える空は横のほうの、面を斜めに照らす空になり、余弦の重みで効きが落ちる——見込みは上限 π に飽和し、それ以上は窓を広げても一点は明るくならない。

3. 向かいの建物

計算 3.1：向かいの建物が高度 θ_0 まで空を隠すとき、壁の窓に届く空の光（隠されないときを 1 として）を、閉じた式と数値積分で出した。

隠す高度	閉じた式	数値積分
10 度	0.780020	0.780020
20 度	0.573172	0.573172
30 度	0.391002	0.391002
45 度	0.181690	0.181690
60 度	0.057669	0.057669

計算 3.2：高さ 30 m の建物が 20 m 先にあるとき、窓の高さごとに、隠す高度と届く空の光を出した。

窓の高さ	隠す高度	届く空の光
1.5 m	54.9406 度	0.090211
10 m	45.0000 度	0.181690
20 m	26.5651 度	0.450185
29 m	2.8624 度	0.936444

> **観察 3.3**
>
> 向かいの建物は、窓の面積を変えずに空を奪う。隠されるのは地平線に近い低い空だが、壁の窓にとってはそこが正面に近く、余弦の重みが大きい空である。高度 45 度まで隠されると、窓に届く空の光は 0.181690 に減る——同じ建物の中でも、低い階の窓は、面積が同じでも高い階の窓の 0.090211 対 0.936444 の明るさしか受けない。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、窓の面積か、空の見込みかである。窓から部屋に入る光の総量は、窓の面が受ける照度に面積を掛けたもので、面積に比例して増える。だが部屋の中のある一点の明るさは、その点から見える空の余弦で重みづけた見込みで決まり、窓が大きく見えるほど飽和し、向かいの建物に削られる——「窓を大きくすれば明るい」は、総量については正しく、一点の明るさについては近くほど外れる。

> **観察 4.2**
>
> 論文587 と並べる。**587** は、一様な空の下で天窓が壁の窓の **2.000000** 倍の光を受けることを示した。それは水平な面の見込みが π、鉛直な面の見込みが $\pi/2$ だからで、同じ余弦の重みである——ここではその重みで、窓の大きさと、**587** が扱わなかった周りの建物の効きを数えた。

> **観察 4.3**
>
> 言わないこと。空の輝度は一様とし、直射日光、照り返し、ガラスの透過率、室内の反射は入れていない。昼光率の規準も論じない——示したのは、一点の明るさを決めているのが面積ではなく見込みであることである。

5. 点呼と結び

1. 半角 **10→20** 度で明るさ **3.879385** 倍（計算 2.1）：小さい窓では面積に近い。
2. **45→90** 度で立体角 **3.414214** 倍、明るさ **2.000000** 倍（計算 2.1）：余弦の重み。
3. 上限は π（計算 2.1）：半球全部。
4. 半径÷距離 **1.0** で面積 **2** 倍が **1.333333** 倍（計算 2.2）：近いほど効かない。
5. **0.1** なら **1.980392** 倍（計算 2.2）：遠ければほぼ倍。
6. 見込みは飽和する（観察 2.3）：本稿の芯。
7. 高度 **45** 度まで隠すと **0.181690**（計算 3.1）：閉じた式と数値積分が一致。
8. **1.5 m** の窓 **0.090211**、**29 m** の窓 **0.936444**（計算 3.2）：階で違う。
9. 向かいの建物は面積を変えずに空を奪う（観察 3.3）：正面に近い空。

10. 面積か見込みか（観察 4.1）：分離子・論文587。

結び：窓を大きくすれば部屋に入る光の総量は増えるが、部屋の中の一点は、窓の面積に比例しては明るくならない。一点の明るさは余弦で重みづけた空の見込みで決まり、窓の半角 45 度を 90 度にしても 2.000000 倍、窓の半径が距離に等しいとき面積を 2 倍にしても 1.333333 倍にしかならなかった。向かいの建物が高度 45 度まで空を隠すと、壁の窓に届く空の光は 0.181690 に減り、同じ建物でも低い階の窓は 0.090211 しか受けなかった——明るさを決めるのは、窓の面積ではなく、空の見込みである。分離子は、窓の面積か、空の見込みかである。既刊との位置——論文587 と同じ余弦の重みで、587 が扱わなかった窓の大きさと周りの建物を数えた。正直に言えば——空を一様とし、照り返しと室内の反射は入っていない。

参考文献

1. Hopkinson, R. G., Petherbridge, P., & Longmore, J. (1966). *Daylighting*. Heinemann.
2. 山岸勇輝 (2026).『天窓が壁の窓の二倍明るいのは、曇りの空の話である』[論文587]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014373

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)