二つの実験を支配しているのは、二つの係数ではなく一つである

— 水晶では 1 N が 2.300000 pC を生み、1000 V が 2.300000 nm を伸ばす。同じ d である — 分離子は、係数が二つ要るか一つで足りるかである — [論文666]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

圧電体には二つの顔がある。力を掛けると電気が出て、電圧を掛けると伸びる。別々の現象に見えるから、係数も二つ要りそうに見える。その二つが同じ一つの数で書けること、そして違っていたら何が起きるかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、同じ数が二つの実験を支配する——水晶（$d = 2.300000 \times 10^{-12}$ C/N）では、1 N の力が 2.300000 pC の電荷を生み、1000 V の電圧が 2.300000 nm の伸びを与える（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。係数が違えばエネルギーが湧く——力 1 N と電圧 1000 V を往復させると、交差項の仕事は直接側も逆側も 2.300000×10^{-9} J で完全に一致した。もし一割違えば、一往復ごとに 2.300000×10^{-10} J が何も無いところから出てくる（第3節）。 第三に、結びつきの強さは別の量である——電気機械結合係数は水晶で 0.102246、PZT で 0.670020 だった。d そのものの比は 162.608696 倍もあるのに、二乗の比は 42.942221 倍にとどまる（第2節）。 第四に、大きい d は、そのまま良さではない——PZT は同じ電圧で水晶の 162.608696 倍伸びるが、柔らかく誘電率も大きいので、結合係数の差はその比ほどにはならない（第2節）。 第五に、同じ板が、測る側を替えると違う顔になる——厚み 0.1 mm の水晶板の基本共振は 1.660000×10^{7} Hz、0.3 mm なら 5.533333×10^{6} Hz で、同じ d が発振にも検出にも働く（第3節）。 第六に、分離子は、係数が二つ要るか一つで足りるかである——二つの実験に一つの数しか要らないことは、測って確かめられる。違えば往復で仕事が湧くからである（第4節）。 キーワード：圧電効果、逆圧電効果、圧電定数、オンサーガーの相反関係、電気機械結合係数、水晶。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——圧電の直接効果と逆効果、両者が同じ係数で結ばれること、オンサーガーの相反関係（オンサーガー 1931）、電気機械結合係数の定義は、いずれも既知である（ケイディ 1946）。テンソルを数え上げない——結晶の対称性から独立成分が何個になるかは主題ではない。一つの方向の係数だけを見る。大信号を扱わない——分極処理、ヒステリシス、非線形、疲労は入れない。線形の範囲だけを見る。素子を設計しない——発振回路、整合、実装には立ち入らない（論文336 と同じ線を引く）。代表値を使う——水晶と PZT の係数、弾性コンプライアンス、比誘電率は代表値であり、特定の試料の測定値ではない。既刊との関係：論文336 は腕時計の 32768 という数を数え、射程注記で「水晶の物理を作らない——圧電効果、音叉型の振動モード、温度特性の二次曲線には立ち入らない」と明記した——本稿はその席に座る。論文143 は最小エントロピー生成が原理ではなく柵つきの定理であることを示し、その柵としてオンサーガーの相反関係を置いた——本稿では、その相反が一つの測れる係数として現れる。加えたのは、直接効果と逆効果を同じ d で並べて数にしたこと、係数が食い違えば往復で湧く仕事の大きさを出したこと、d の比と結合係数の比が違うことを示したこと、分離子を「係数が二つ要るか一つか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：圧電体に力 F を掛けると電荷 Q が出る。電圧 V を掛けると長さが x だけ変わる。素朴には、二つの実験にはそれぞれの係数がある。

$$Q = d_{\text{直接}} F, \qquad x = d_{\text{逆}} V$$

熱力学は、この二つが同じ数でなければならないと言う。ここではその数を実験の値として並べ、違っていたら何が起きるかを見る。

問い：二つの実験を書くのに、係数は二つ要るか、一つで足りるか。

2. 同じ数が二つの実験を支配する

計算 2.1：水晶と PZT について、直接効果と逆効果の大きさを出した。

材料	d（C/N）	1 N で出る電荷	1000 V で伸びる量
水晶	2.300000×10^{-12}	2.300000 pC	2.300000 nm
PZT	3.740000×10^{-10}	374.000000 pC	374.000000 nm

左右の数字は同じである。単位が違うだけで、同じ d が両方を決めている。

計算 2.2：電気機械結合係数（入れた仕事のうち、もう一方の形に移る割合）を出した。水晶は二乗で 0.010454、係数で 0.102246、PZT は二乗で 0.448926、係数で 0.670020 である。

> **観察 2.3**
>
> 大きい d は、そのまま良さではない。PZT の d は水晶の 162.608696 倍ある。ところが結合係数の二乗の比は 42.942221 倍にとどまる——d は変位の大きさを決めるが、移る割合は d を弾性コンプライアンスと誘電率で割った量で決まる。同じ記号で二つのことを語れない。

3. 違えば、エネルギーが湧く

計算 3.1：力 1 N と電圧 1000 V を掛けたときの交差項の仕事を、直接側（dFV）と逆側（dVF）の両方で出した。どちらも 2.300000×10^{-9} J で、差は 0 である。

計算 3.2：直接の係数だけを一割大きくした場合を置くと、力と電圧を一往復させるごとに 2.300000×10^{-10} J が残る。

> **観察 3.3**
>
> これが本稿の芯である。相反は、湧かないことの言い換えである。二つの係数が違えば、力を掛けて電圧を掛けて戻すという閉じた道筋で仕事が残る。残った仕事はどこからも来ていない——だから二つの係数は同じでなければならない。これは測定の精度の話ではなく、往復の閉じ方の話である。

計算 3.4：同じ板が、厚みで共振する。厚み 0.1 mm の水晶板の基本共振は 1.660000×10^{7} Hz、0.3 mm なら 5.533333×10^{6} Hz である。

> **観察 3.5**
>
> 一つの係数が、発振にも検出にも働く。電圧で揺らすのも、揺れから電圧を取り出すのも、同じ d である——だから同じ板が、駆動する側と測る側の両方を務められる。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、係数が二つ要るか一つで足りるかである。二つ要るなら、直接効果の値と逆効果の値は独立に測れて、食い違いうる。一つで足りるなら、片方を測れば他方が決まる——食い違いを許すと一往復あたり 2.300000×10^{-10} J が湧くので、一つで足りる側が正しい。

> **観察 4.2**
>
> 論文143 と並べる。143 は最小エントロピー生成が、オンサーガーの相反という柵の内側でだけ定理であることを示した——本稿の d は、その柵が測れる数として現れた一例である。柵は抽象ではなく、1 N と 1000 V で確かめられる。

> **観察 4.3**
>
> 言わないこと。結晶対称性からの成分の数え上げ、分極処理、ヒステリシス、素子の設計は扱っていない。論文336 が引いた線をそのまま引き継ぐ——示したのは、二つの実験に一つの数で足りること、そして足りない世界では仕事が湧くことである。

5. 点呼と結び

1. 1 N で 2.300000 pC（計算 2.1）：直接効果。
2. 1000 V で 2.300000 nm（計算 2.1）：逆効果・同じ d。
3. 交差項は完全に一致（計算 3.1）：差は 0。
4. 一割違えば 2.300000×10^{-10} J（計算 3.2）：本稿の芯。
5. 水晶の結合係数 0.102246（計算 2.2）：移る割合。
6. PZT は 0.670020（計算 2.2）：柔らかく誘電率が大きい。
7. d の比は 162.608696 倍（観察 2.3）：変位は大きい。
8. 二乗の比は 42.942221 倍（観察 2.3）：同じ記号で二つを語れない。
9. 厚み 0.1 mm で 1.660000×10^{7} Hz（計算 3.4）：駆動も検出も同じ d。
10. 二つか一つか（観察 4.1）：分離子・論文143・論文336。

結び：力から電気へ、電気から変形へ。二つの向きは別々の現象に見える。だが水晶では $1\,\mathrm{N}$ が $2.300000\,\mathrm{pC}$ を生み、$1000\,\mathrm{V}$ が $2.300000\,\mathrm{nm}$ を伸ばす。係数は一つで足りている。もし直接と逆で一割食い違えば、力と電圧を往復させるだけで一回あたり $2.300000 \times 10^{-10}\,\mathrm{J}$ が湧く——相反とは、この往復が閉じているという言い方にほかならない。分離子は、係数が二つ要るか一つで足りるかである。既刊との位置——論文143 が柵として置いたオンサーガーの相反が、ここでは $1\,\mathrm{N}$ と $1000\,\mathrm{V}$ で確かめられる一つの数として現れた。論文336 が「立ち入らない」と空けた席でもある。正直に言えば——扱ったのは線形の範囲の代表値であり、結合係数の大小は材料の良し悪しを決めるものではない。

参考文献

1. Cady, W. G. (1946). *Piezoelectricity*. McGraw-Hill.
2. Onsager, L. (1931). Reciprocal Relations in Irreversible Processes. I. Physical Review.
3. 山岸勇輝 (2026).『最小エントロピー生成は、原理ではなく柵つきの定理である』[論文143]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082367
4. 山岸勇輝 (2026).『腕時計の中の 32768 という数は、物理が選んだのではない』[論文336]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22681913

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)