温度も引力も要らない相転移がある——決めているのは密度である

— 粉や砂の粒では、粒一個を自分の直径ぶん持ち上げる仕事が熱エネルギーの $\mathbf{1.902994 \times 10^{4}}$ 倍（直径 **0.01** mm）から $\mathbf{1.902994 \times 10^{12}}$ 倍（**1** mm）もあり、温度は効かない — 分離子は、制御している変数が温度か密度かである — [論文674]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

相転移といえば温度を変えて起こすものだと考えるのが自然である。だが粉や砂が固まるのに、温度も引力も要らない。何がその転移を制御しているのかを、熱エネルギーとの比と充填率で数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、この系では温度が効かない——水中のガラス球を自分の直径ぶん持ち上げる仕事は、直径 0.01 mm で熱エネルギーの $\mathbf{1.902994 \times 10^{4}}$ 倍、0.1 mm で $\mathbf{1.902994 \times 10^{8}}$ 倍、1 mm で $\mathbf{1.902994 \times 10^{12}}$ 倍だった（第2節）。 第二に、その境目は、コロイドの窓の縁である——直径 1 μm では同じ比が 1.902994 倍しかない。ここから下は熱運動が効く側（論文673）で、ここから上が本稿の側である（第2節）。 第三に、これが本稿の芯である。制御しているのは密度である——ランダムに詰めた最密の充填率 0.64 と、規則正しく積んだ面心立方の 0.740480 の差は 0.100480 で、同じ球でも詰め方で一割違う（第3節）。 第四に、隙間で見ると、差はもっと大きい——隙間の割合は 0.360000 対 0.259520 で、比は 1.387179 である。同じ球を同じ体積に詰めても、残る隙間は四割近く違う（第3節）。 第五に、詰まるときに要る接触の数は、次元で決まる——摩擦が無いとき、力とモーメントが釣り合うのに要る接触数は平面で 4、空間で 6 である（第3節）。 第六に、分離子は、制御している変数が温度か密度かである——温度を下げても詰まらず、密度を上げれば詰まる（第4節）。 キーワード：ジャミング、ランダム最密充填、充填率、粉体、相転移、等静的。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ランダム最密充填、面心立方の充填率、等静的な接触数、ジャミングという呼び方は、いずれも既知である（バーナル 1960、リュー＆ナーゲル 1998）。相図を描かない——温度・密度・応力の三軸でのジャミングの相図の全体は扱わない。密度の軸だけを見る。ガラス転移との関係を論じない——時間で決まる転移と密度で決まる転移の関係は主題ではなく、同根か別根かの判定もしない。摩擦を入れない——摩擦がある粒では等静的な接触数が変わるが、本稿は摩擦が無い場合だけを数える。流動を扱わない——サイロの閉塞、なだれ、粉体の流れは主題ではない。代表値を使う——ランダム最密充填 0.64 は実験で得られた代表値であり、詰め方によって動く。既刊との関係：論文673 は、熱運動が重力に勝つ大きさの窓を沈降長で数え、水中のシリカでは高さ 0.1 m の容器に対して直径 17.3855 nm が境目であることを示した——本稿はその窓の外側、すなわち熱が効かない側で、何が相を決めているかを数える。論文365 はブラジルナッツ効果を扱い、射程注記で「充填を論じない——最密充填やランダム充填率そのものは主題ではない」と明記した——本稿はその席に座る。加えたのは、持ち上げる仕事と熱エネルギーの比を直径ごとに出して温度が効かないことを示したこと、その境目が論文673 の窓の縁と一致することを示したこと、二つの充填率と隙間の比を並べたこと、分離子を「温度か密度か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：直径 d、密度差 $\Delta\rho$ の球が積み重なっている。粒を一個、自分の直径ぶん持ち上げるのに要る仕事を、熱エネルギー $k_B T$ と比べる。

$$\frac{W}{k_B T} = \frac{\Delta\rho\,(\pi/6) d^3\, g\, d}{k_B T}$$

この比は直径の四乗で増える。比が大きい系では、温度をどう動かしても粒は動かない。詰まり具合は充填率（体積のうち球が占める割合）で測る。

問い：粉や砂が固まるとき、制御している変数は何か。

2. 温度が効かない側

計算 2.1：水中のガラス球（密度差 1500 kg/m^3・293.15 K）について、持ち上げる仕事と熱エネルギーの比を出した。

直径	持ち上げる仕事	熱エネルギーとの比
0.001 mm	7.702125×10^{-21} J	1.902994
0.01 mm	7.702125×10^{-17} J	1.902994×10^{4}
0.1 mm	7.702125×10^{-13} J	1.902994×10^{8}
1 mm	7.702125×10^{-9} J	1.902994×10^{12}

直径 $1\,\mu$m では比が 1.902994 倍しかないが、1 mm では 1.902994×10^{12} 倍になる。

> **観察 2.2**
>
> 境目は、論文673 の窓の縁である。比が 1 の近くにある大きさ（$1\,\mu$m 前後）から下では、熱運動が粒を動かす。そこが論文673 の扱う側である——そこから上では、温度は制御変数として使えない。砂を冷やしても温めても、積み方は変わらない。

3. 密度が相を決める

計算 3.1：二つの詰め方の充填率と隙間を出した。

詰め方	充填率	隙間の割合
ランダムに詰めた最密	0.64	0.360000
面心立方（規則正しく積む）	0.740480	0.259520

充填率の差は 0.100480（比 1.157001）、隙間の比は 1.387179 である。

計算 3.2：充填率を上げていくと、ランダム最密までの残りは 0.50 で 0.140000、0.55 で 0.090000、0.60 で 0.040000、0.63 で 0.010000、0.64 で 0.000000 になる。

計算 3.3：摩擦が無いとき、力とモーメントが釣り合うのに要る接触の数（等静的な数）は、平面で 4、空間で 6 である。

観察 3.4

これが本稿の芯である。制御変数は密度である。充填率を上げていくと、ある値で粒どうしが互いを閉じ込め、系はせん断に対して固体のように振る舞いはじめる。そこに温度も引力も要らない——必要なのは、接触が等静的な数に達することだけである。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、制御している変数が温度か密度かである。温度で起こる転移なら、温度を戻せば元に戻る。密度で起こる転移は、密度を下げれば戻る——同じ「固まる」という言葉が、動かしている変数で二つに分かれる。

観察 4.2

論文673 と並べる。673 は熱運動が重力に勝つ窓を数え、その中に入るものがコロイドと呼ばれることを示した——本稿はその窓の外側である。同じ球という模型で、効いている相手が熱から接触に替わる。

観察 4.3

言わないこと。相図の全体も、ガラス転移との関係も、摩擦がある場合も扱っていない。ランダム最密充填 0.64 は実験で得られた代表値である——示したのは、温度を使わずに相が決まる場合があり、そこでの制御変数が密度だということである。

5. 点呼と結び

1. 1 mm で $\mathbf{1.902994 \times 10^{12}}$ 倍（計算 2.1）：温度は効かない。
2. 1 μm では 1.902994 倍（計算 2.1）：論文673 の窓の縁。
3. 面心立方 0.740480（計算 3.1）：規則正しく積む。
4. ランダム最密 0.64（計算 3.1）：実験の代表値。

5. 差は **0.100480**（計算 3.1）：一割違う。
6. 隙間の比 **1.387179**（計算 3.1）：四割近い差。
7. **0.63** で残り **0.010000**（計算 3.2）：詰まる直前。
8. 等静的な接触数は **4** と **6**（計算 3.3）：次元で決まる。
9. 温度も引力も要らない（観察 3.4）：本稿の芯。
10. 温度か密度か（観察 4.1）：分離子・論文673。

結び：相が変わるのに、温度を動かす必要はない。粉や砂の粒では、粒を一個持ち上げる仕事が熱エネルギーの 1.902994×10^{4} 倍（直径 0.01 mm）から 1.902994×10^{12} 倍（1 mm）もあり、温度は制御変数として使えない。効いているのは密度で、ランダムに詰めた最密 **0.64** と面心立方 **0.740480** の差は **0.100480**、隙間で見れば比は **1.387179** になる——詰まるのに要るのは、接触が等静的な数（平面で **4**、空間で **6**）に達することだけである。分離子は、制御している変数が温度か密度かである。既刊との位置——論文673 が数えた窓の、外側の話である。同じ球という模型で、比べる相手が熱から接触に替わる。正直に言えば——相図の全体も摩擦も扱っておらず、**0.64** は実験の代表値である。

参考文献

1. Bernal, J. D., & Mason, J. (1960). Packing of Spheres: Co-ordination of Randomly Packed Spheres. Nature.
2. Liu, A. J., & Nagel, S. R. (1998). Jamming Is Not Just Cool Any More. Nature.
3. 山岸勇輝 (2026). 『ブラジルナッツ効果の定番の説明は、隙間の大きさで落ちる』[論文365]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22697622
4. 山岸勇輝 (2026). 『「コロイド」は物質の名前ではなく、大きさの窓の名前である』[論文673]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014755

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)