指数増殖の怖さは速さではなく、最後の一倍加に半分が入っていることである

— 比増殖速度 0.4 /hr なら倍加時間は 1.732868 時間で、初期菌体 0.1 g/L・基質 20 g/L・収率 0.5 なら基質が尽きるまで 11.537801 時間かかる — 分離子は、律速が自分（増える力）か資源（残りの基質）か — [論文680]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

指数増殖は「速い」と説明される。だが同じ式が言っているのは、消費の半分が最後の一倍加に入るという、止まり方の急さのほうである。観察していても手遅れになる理由を、時間と基質の配分で数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。最後の一倍加で、基質の半分が消える——全体の 11.537801 時間のうち最後の 1.732868 時間、すなわち時間の 0.150190 で、基質の 0.505000 が消える（第2節）。 第二に、裏返すと、長い間ほとんど何も起きていないように見える——最初の 9.804933 時間で消えるのは 0.495000 であり、しかもその大半はさらに後半に寄っている（第2節）。 第三に、倍加時間は「速さ」ではなく「残り時間」を測る物差しである——比増殖速度 0.4 /hr の倍加時間は 1.732868 時間で、これはそのまま「気づいてから使い切るまで」の長さになる（第2節）。 第四に、減速は、資源がほとんど無くなるまで始まらない——モノー型（半飽和定数 0.5 g/L）では、基質が 20 g/L で最大の 0.975610 倍、5 g/L でも 0.909091 倍の速さで走る（第3節）。 第五に、半分になるのは、基質が半飽和定数まで落ちたときである——0.5 g/L でちょうど 0.500000 倍、0.1 g/L で 0.166667 倍。警告が出るころには残りが無い（第3節）。 第六に、分離子は、律速が自分か資源かである——自分の増える力が律速なら指数、資源の残りが律速ならモノー型に移る。移った時点で、もう終わっている（第4節）。 キーワード：指数増殖、倍加時間、モノーの式、半飽和定数、回分培養、基質律速。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——指数増殖、倍加時間、モノーの式は、いずれも既知である（モノー 1949、ベイリー＆オリス 1986、ドラン 2013）。具体的な発酵を論じない——酒・パン・医薬の工程、菌株の選択、培地の設計は主題ではない。死滅期と定常期の機構を扱わない——毒性代謝物の蓄積や pH の低下による停止は入れない。基質が尽きる一点だけを終わりとする。前提の代表値を使う——比増殖速度 0.4 /hr、収率 0.5、半飽和定数 0.5 g/L はいずれも代表値であり、菌株と条件で動く。連続培養に立ち入らない——ケモスタットの理論、希釈率と洗い出しは扱わない。回分の一回だけを見る。既刊との関係：論文289 は、予報の限界を決めているのが誤差の倍加時間という一つの数であることを示し、観測を 10 倍精密にしても延びるのは数日だけであることを数えた——そこでは倍加するのが誤差で、倍加時間が「どこまで見通せるか」を決めた。ここでは倍加するのが菌体で、同じ倍加時間が「いつ終わるか」を決める。加えたのは、尽きるまでの時間を収支から出したこと、最後の一倍加の取り分を 0.505000 と数にしたこと、それが全体の時間の 0.150190 にすぎないことを示したこと、モノー型で減速の始まりが遅いことを表にしたこと、分離子を「律速が自分か資源か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：比増殖速度 μ で菌体 X が増え、収率 Y で基質 S を消費する。基質が尽きるまでを一回の培養とする。

$$\frac{dX}{dt} = \mu X, \qquad t_d = \frac{\ln 2}{\mu}, \qquad X_{\max} = X_0 + Y S_0, \qquad t_{\text{end}} = \frac{1}{\mu} \ln \frac{X_{\max}}{X_0}$$

$\mu = 0.4$ /hr、$X_0 = 0.1$ g/L、$S_0 = 20$ g/L、$Y = 0.5$ を置く。

問い：指数増殖のどこが危ないのか。速さか、それとも配分か。

2. 最後の一倍加に、半分が入っている

計算 2.1：倍加時間は 1.732868 時間、最大菌体は 10.1 g/L、基質が尽きるまでは 11.537801 時間である。

計算 2.2：菌体が最大の何分の一かで区切って、時刻と残りの基質を出した。

時刻	菌体	基質の残りの割合
0.0000 時間	0.100000 g/L	1.000000
6.3392 時間	1.262500 g/L	0.883750
8.0721 時間	2.525000 g/L	0.757500
9.8049 時間	5.050000 g/L	0.505000
11.5378 時間	10.100000 g/L	0.000000

最後の行と一つ前の行の差が、最後の一倍加である。

> **観察 2.3**
>
> これが本稿の芯である。時間の 0.150190 で、基質の 0.505000 が消える。それ以前の 9.804933 時間で消えたのは 0.495000 にすぎない——「まだ半分ある」と見えた時点で、残り時間は一倍加しかない。

> **観察 2.4**
>
> これは速さの話ではない。μ を小さくすれば全体は長くなるが、最後の一倍加が半分を取る配分は変わらない——比率は μ に依らず、指数という形だけから出る。

> **観察 2.5**
>
> 倍加時間は、速さの尺度ではなく残り時間の尺度である。異常に気づいてから使い切るまでの猶予は、およそ一倍加、ここでは 1.732868 時間しかない——監視の間隔を倍加時間より長く取れば、半分を見落とすことになる。

3. 減速は、遅れてしか始まらない

計算 3.1：モノー型（半飽和定数 0.5 g/L）で、基質の残りごとに比増殖速度を出した。

基質	比増殖速度	最大に対する比
20 g/L	**0.390244** /hr	**0.975610**
5 g/L	**0.363636** /hr	**0.909091**
1 g/L	**0.266667** /hr	**0.666667**
0.5 g/L	**0.200000** /hr	**0.500000**
0.1 g/L	**0.066667** /hr	**0.166667**

> **観察 3.2**
>
> 基質が **40** 分の **1** に減っても、速さは **0.909091** 倍にしかならない。半飽和定数は「半分になる濃度」であって、そこに達するまで減速は目に見えない——速度を監視していても、警告が出るのは残りが **0.5 g/L** を切ってからである。

> **観察 3.3**
>
> 二つの見方は、同じ終わりを別の顔で見せる。時間で見れば最後の一倍加に半分が入り、濃度で見れば半飽和定数を切るまで何も起きない——どちらも「終わりの直前まで、終わりが見えない」ことの言い換えである。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、律速が自分か資源かである。自分の増える力が律速なら指数で走り、資源の残りが律速ならモノー型に移る——そして移った時点で、使えるものはほとんど残っていない。

> **観察 4.2**
>
> 論文289 と並べる。289 は、予報の限界を決めているのが誤差の倍加時間という一つの数であることを示した——そこでは倍加するのが誤差で、倍加時間は「どこまで見通せるか」を決めた。ここでは倍加するのが菌体で、同じ量が「いつ終わるか」を決める。同じ一つの数が、前を向けば見通しの限界に、後ろを向けば猶予の長さになる。

> **観察 4.3**
>
> 言わないこと。死滅期も毒性代謝物も連続培養も扱っておらず、係数はすべて代表値である——示したのは、指数という形だけから出る配分である。

5. 点呼と結び

1. 倍加時間 **1.732868** 時間（計算 2.1）：$\mu = 0.4$ /hr。
2. 尽きるまで **11.537801** 時間（計算 2.1）：収支から。
3. 最後の一倍加で **0.505000**（計算 2.2）：本稿の芯。
4. それは時間の **0.150190**（観察 2.3）：短い。
5. 前半 **9.804933** 時間で **0.495000**（観察 2.3）：長く、静か。
6. 配分は μ に依らない（観察 2.4）：速さの話ではない。
7. **20** g/L で **0.975610** 倍（計算 3.1）：減速しない。
8. **5** g/L でも **0.909091** 倍（計算 3.1）：まだ見えない。
9. **0.1** g/L で **0.166667** 倍（計算 3.1）：見えたときは遅い。
10. 自分か資源か（観察 4.1）：分離子・論文289。

結び：指数増殖の怖さは、速さではない。全体の 11.537801 時間のうち、最後の一倍加 1.732868 時間、すなわち時間の 0.150190 で、基質の 0.505000 が消える。それ以前の 9.804933 時間で消えるのは 0.495000 にすぎない——「まだ半分ある」と見えた時点で、残り時間は一倍加しかない。この配分は比増殖速度に依らず、指数という形だけから出る。濃度の側から見ても同じで、モノー型では基質が 5 g/L まで減っても速さは最大の 0.909091 倍、半分になるのは半飽和定数の 0.5 g/L に達したときである——減速が見えたときには、残っていない。分離子は、律速が自分（増える力）か資源（残りの基質）かである。既刊との位置——論文289 では倍加時間が見通しの限界を決めた。ここでは同じ量が猶予の長さを決める。正直に言えば——死滅期も連続培養も扱っておらず、係数はすべて代表値である。

参考文献

1. Bailey, J. E., & Ollis, D. F. (1986). *Biochemical Engineering Fundamentals*. McGraw-Hill.
2. Doran, P. M. (2013). *Bioprocess Engineering Principles*. Academic Press.
3. Monod, J. (1949). The growth of bacterial cultures. *Annual Review of Microbiology*.
4. 山岸勇輝 (2026). 『予報の限界を決めているのは、たった一つの数である』[論文289]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171367

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)