共有地の悲劇を作っているのは人の欲ではなく、人数という一つの数である

— 出した 1 単位が全体に 1.6 を生み、それを n 人で等分するとき、$n=1$ では個人の損得は $+0.600000$ で全体との隔たりは 0.000000——ジレンマは存在しない — 分離子は、人数 n である —

[論文697]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

共有地の悲劇は、人の欲の話として語られる。だが同じ利得表でも、人数を 1 にすればジレンマは消える。何がジレンマを作っているのかを、人数だけを動かして数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、これが本稿の芯である。$n=1$ ではジレンマが存在しない——個人の損得は $+0.600000$、全体との隔たりは 0.000000 で、利得表は何も変えていない（第2節）。 第二に、n を 2 にした瞬間、符号が反転する——個人の損得は -0.200000 になり、出さないほうが得になる（第2節）。 第三に、隔たりは n とともに単調に開く——$n=2$ で 0.800000、$n=10$ で 1.440000、$n=100$ で 1.584000 になる（第2節）。 第四に、ただし、開き方には上限がある——隔たりは $b(1-1/n)$ なので、n をいくら大きくしても 1.6 を超えない（第2節）。 第五に、個人にも得にするための条件は、n そのものである——$b>n$ が要るので、$n=100$ なら $b>100.000000$ が必要になる。失われる総額は n に正比例し、$n=100$ は $n=2$ の 50.000000 倍である（第3節）。 第六に、分離子は、人数 n である——利得表も人の性質も動かさずに、n だけを動かせばジレンマは現れ、また消える（第4節）。 キーワード：公共財、共有地の悲劇、限界一人当たり収益、社会的ジレンマ、人数の効き、個人と全体の隔たり。

> 本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——公共財ゲーム、限界一人当たり収益、共有地の悲劇は、いずれも既知である（ハーディン 1968、オルソン 1965）。繰り返しを扱わない——繰り返しゲーム、評判、罰、しっぺ返しは扱わない。一回きりの構造だけを見る。実験を扱わない——被験者実験で実際に何割が出すかは主題ではない。人は模型どおりには振る舞わない。制度を論じない——規制、分割、共同管理の当否は扱わない。オストロムが示した実際の共同管理の成功例にも立ち入らない。値を主張しない——$b = 1.6$ は代表値であり、値によって境目は動く。既刊との関係：論文437 は、各自が最善を選ぶと二人とも最悪に着くことを示した——そこでは 2 人の利得表が固定されていた。ここでは同じ構造の人数を変数にし、$n = 1$ でジレンマが消え、n が増えるほど隔たりが開くことを示す。437 の 2 人は、本稿の族の最小の一例である。加えたのは、人数ごとの個人の損得と隔たりを並べたこと、$n = 1$ で隔たりがちょうど **0.000000** になることを示したこと、隔たりが b を超えないことを示したこと、個人にも得にする条件が $b > n$ であることと、失われる総額が n に正比例することを示したこと、分離子を「人数 n」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：1 単位を出すと全体に b が生まれ、それを n 人で等分する。出した本人の取り分は b/n で、費用は 1 である。

$$\text{個人の損得} = \frac{b}{n} - 1, \qquad \text{全体の損得} = b - 1, \qquad \text{隔たり} = b - \frac{b}{n} = b\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$b = 1.6$ を置く。$b > 1$ なので、全体にとっては常に出すほうが得である。

問い：ジレンマを作っているのは、利得表か、人数か。

2. n だけを動かす

計算 2.1：人数ごとに、個人の取り分・個人の損得・全体との隔たりを出した。

人数	個人の取り分	個人の損得	隔たり
1	1.600000	+0.600000	0.000000
2	0.800000	−0.200000	0.800000
4	0.400000	−0.600000	1.200000
10	0.160000	−0.840000	1.440000
100	0.016000	−0.984000	1.584000

> **観察 2.2**
>
> これが本稿の芯である。$n = 1$ ではジレンマが存在しない。利得表も費用も同じまま、人数だけを 1 にすると、個人の損得は $+0.600000$ で全体と一致する——つまりジレンマは、利得表にも人の性質にも入っていない。

> **観察 2.3**
>
> $n = 2$ で、もう符号が反転している。$b/n = 0.800000 < 1$ なので、二人目が現れた時点で「出さないほうが得」になる——大人数でなくても、1 でなくなれば起きる。

計算 2.4：隔たりは $b(1 - 1/n)$ で、n とともに単調に増えるが、$b = 1.6$ を超えない。$n = 100$ で 1.584000 である。

> **観察 2.5**
>
> 増え方は飽和する。n を 10 から 100 に 10 倍しても、隔たりは 1.440000 から 1.584000 にしか増えない——悪化の大半は、少人数のところで起きている。

3. 条件と、失われる総額

計算 3.1：個人にとって出すのが得になるのは $b/n > 1$、すなわち $b > n$ のときである。$n = 2$ なら $b > 2.000000$、$n = 100$ なら $b > 100.000000$ が要る。

> **観察 3.2**
>
> 要求は人数に正比例して厳しくなる。n 人で個人にも得にするには、1 単位が全体に n を超える値を生まねばならない——人数が増えるほど、同じ協力が「割に合う」ための敷居が上がる。

計算 3.3：全員が出さないことで失われる総額は $(b - 1)n$ で、$n = 2$ で 1.200000、$n = 10$ で 6.000000、$n = 100$ で 60.000000 である。$n = 100$ は $n = 2$ の 50.000000 倍にあたる。

観察 3.4

一人あたりの損は飽和するのに、総額は飽和しない。隔たり（一人あたり）は **1.6** で頭打ちだが、総額は n に正比例して増え続ける——「たいした額ではない」が一人ずつには正しく、全体では正しくない。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、人数 n である。利得表も費用も人の性質も動かさずに、n だけを動かせばジレンマは現れ、また消える——n が、個人の損得と全体の損得のあいだに楔を打っている。

観察 4.2

論文437 と並べる。**437** は、各自が最善を選ぶと二人とも最悪に着くことを示した——そこでは **2** 人の利得表が固定されていた。ここでは人数を変数にする。**437** の **2** 人は、本稿の族のうち「ジレンマが現れる最小の n」という一例である。

観察 4.3

言わないこと。繰り返しも罰も実験も制度も扱っていない——示したのは、人数という一つの数だけでジレンマが現れ、また消えることである。

5. 点呼と結び

1. $n = 1$ で隔たり $\mathbf{0.000000}$（計算 2.1）：本稿の芯。
2. $n = 1$ の損得 $\mathbf{+0.600000}$（計算 2.1）：全体と一致。
3. $n = 2$ で $\mathbf{-0.200000}$（計算 2.1）：もう反転している。
4. $n = 10$ で隔たり $\mathbf{1.440000}$（計算 2.1）：単調に開く。
5. $n = 100$ で $\mathbf{1.584000}$（計算 2.1）：b を超えない。
6. **10** 倍にしても **0.144000** しか増えない（観察 2.5）：飽和する。

7. 条件は $b > n$（計算 3.1）：人数に正比例。
8. $n = 100$ なら $b > 100.000000$（計算 3.1）：現実的でない。
9. 総額は 50.000000 倍（計算 3.3）：こちらは飽和しない。
10. 人数 n（観察 4.1）：分離子・論文437。

結び：共有地の悲劇を作っているのは人の欲ではなく、人数という一つの数である。出した 1 単位が全体に 1.6 を生むとき、$n = 1$ では個人の損得は $+0.600000$、全体との隔たりは 0.000000 で、ジレンマは存在しない——利得表も費用も人の性質も、何一つ変えていない。$n = 2$ で個人の損得は -0.200000 となってもう反転し、隔たりは $n = 10$ で 1.440000、$n = 100$ で 1.584000 と単調に開く。ただし隔たりは $b(1 - 1/n)$ なので 1.6 を超えず、n を 10 から 100 にしても 0.144000 しか増えない——悪化の大半は少人数のところで起きている。個人にも得にする条件は $b > n$ で、$n = 100$ なら $b > 100.000000$ が要る。失われる総額は n に正比例し、$n = 100$ は $n = 2$ の 50.000000 倍になる——一人あたりは飽和し、総額は飽和しない。分離子は、人数 n である。既刊との位置——論文437 は 2 人の利得表を固定して扱った。ここでは人数を変数にし、その 2 人を族の一例に置く。正直に言えば——繰り返しも罰も実験も制度も扱っていない。

参考文献

1. Hardin, G. (1968). The tragedy of the commons. *Science*.
2. Olson, M. (1965). *The Logic of Collective Action*. Harvard University Press.
3. 山岸勇輝 (2026).『各自が最善を選ぶと、二人とも最悪に着く』[論文437]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22709472

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)