

Eine strukturelle Deutung der 3D-Poincaré-Vermutung mittels des Eindeutigkeitssatzes $n=2$ und Perelmans Ricci-Fluss

— Uniformisierung einfach zusammenhängender geschlossener 3-Mannigfaltigkeiten zur Sphäre und eine strukturelle Entsprechung zu Perelmans W-Entropie-Funktional — [Aufsatz 07]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan
September 2026 (Dritte Auflage)

— *From thinking to syncing.* —

Zusammenfassung

Für die dreidimensionale Poincaré-Vermutung — „jede einfach zusammenhängende geschlossene 3-Mannigfaltigkeit ist homöomorph zur 3-Sphäre S^3 “ (Perelmans Satz) — legen wir eine strukturelle Deutung auf der Grundlage des Eindeutigkeitssatzes $n = 2$ ($dm/dr = 4\pi$) vor. Die Argumentation verläuft in drei Stufen.

Erste Stufe: Wir stellen die drei am Beweis beteiligten Bedingungen nebeneinander — die Gleichförmigkeit der Schalenmasse $n = 2$, die Ricci-Fluss-Gleichung $\partial_t g_{ij} = -2R_{ij}$ und den einfachen Zusammenhang $\pi_1(M^3) = 0$ — und legen die logische Stellung jeder einzelnen fest. Was die Konvergenz antreibt, sind der Ricci-Fluss zusammen mit dem einfachen Zusammenhang; die Gleichförmigkeit $n = 2$ drückt im Vokabular der Geometrie **eine Eigenschaft aus, die das Ziel S^3 erfüllt** (Abschnitt 2).

Zweite Stufe: Wir lesen den monotonen Anstieg von Perelmans $\mathcal{W}$ -Entropie-Funktional $\mathcal{W}(g, f, \tau)$ als Optimierung der Rendering-Last im Universum-OS (Proposition 3.1). Das 4π im Faktor $(4\pi\tau)^{-3/2}$ seines Integranden stammt aus der Normierung des Wärmeleitungskerns, und seine Herleitung verläuft auf einem anderen Weg als die des Raumwinkels $\text{Vol}(S^2) = 4\pi$ — **dieselbe Zahl, an einer anderen Adresse** (Abschnitt 3).

Dritte Stufe: Wir stellen die Uniformisierung durch den Ricci-Fluss $\partial_t g_{ij} = -2R_{ij}$ und Chirurgie in die Reihe, die von der Auflösung der Poincaré-Vermutung in jeder Dimension und dem Schalenerhaltungsexponenten $n = d - 1$ gebildet wird, bestätigen, dass zwischen beiden keine Herleitung besteht, und geben eine Karte Dimension für Dimension (Abschnitt 4).

Tragweite (scope note): Dieser Aufsatz legt eine **strukturelle Deutung** eines bewiesenen Satzes vor. Die dreidimensionale Poincaré-Vermutung wurde von Perelman (2002–2003) mit Hamiltons Ricci-Fluss und Chirurgie bewiesen; dieser Aufsatz hat an jenem Beweis keinen Anteil und schlägt weder einen alternativen Beweis noch eine Vereinfachung vor. Die Monotonie des $\mathcal{W}$ -Funktional ist ebenfalls Perelmans Satz und gilt unabhängig von der hier gegebenen Lesart. Den Ricci-Fluss als Optimierung der Rendering-Last zu lesen, ist eine Deutung, kein Satz. Die drei Bedingungen von Abschnitt 2 sind einander nicht äquivalent; sie sind Aussagen über verschiedene Objekte (eine Dichteverteilung, eine Metrik, eine Fundamentalgruppe). Der hier verwendete Ricci-Fluss ist nach Friedmans Satz zugleich der Renormierungsgruppenfluss der Zielmetrik eines zweidimensionalen Sigma-Modells (Aufsatz 110). **Was dieser Aufsatz hinzufügt**, ist, dass er die Gleichförmigkeit des Ziels $\mathcal{S}^3$ der Poincaré-Vermutung im Vokabular des Eindeutigkeitssatzes $n = 2$ ausdrückt; dass er eine Tabelle der Entsprechungen zwischen Perelmans geometrischen Begriffen und dem Bild des Universum-OS aufstellt; und dass er die zwei verschiedenen Adressen — die Normierung des Wärmeleitungskerns und den Raumwinkel — auseinanderhält, aus denen dasselbe 4π hervorgeht.

1. Einleitung: Die Poincaré-Vermutung und Perelmans Geometrisierungssatz

1.1 Geschichte der 3D-Poincaré-Vermutung

Die von Henri Poincaré (1904) aufgestellte Poincaré-Vermutung wurde von Grigori Perelman (2002–2003) mit Hamiltons Theorie des Ricci-Flusses zusammen mit Chirurgie an Singularitäten bewiesen.

1.2 Einordnung der strukturellen Deutung

Dieser Aufsatz wendet den Eindeutigkeitssatz $n = 2$ (Aufsatz 01) und das 4π -Massenauslöschungstheorem (Aufsatz 02) auf Perelmans mathematischen Beweis an und bietet die informationstheoretische Sicht an, dass „der Ricci-Fluss als Prozess der räumlichen Speicheroptimierung und der Rendering-Vereinheitlichung des Universum-OS gelesen werden kann“.

2. Die drei Bedingungen (Prinzip der dreifachen Erzwingung) und ihre logische Stellung

Proposition 2.1 (Die drei Bedingungen und ihr logischer Status)

Am Prozess, durch den eine einfach zusammenhängende geschlossene 3-Mannigfaltigkeit M^3 gegen die Standardsphäre S^3 konvergiert, sind drei Bedingungen beteiligt:

- i. **Analytische Bedingung:** die Gleichförmigkeitsbedingung für die Massenzuwachsrates der Schale einer kugelsymmetrischen Dichteverteilung, $n = 2$ ($m(R) = 4\pi R$).
- ii. **Dynamische Bedingung:** Perelmans Ricci-Fluss-Gleichung $\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = -2R_{ij}$.
- iii. **Topologische Bedingung:** einfacher Zusammenhang $\pi_1(M^3) = 0$.

Die drei Bedingungen sind Aussagen über verschiedene Objekte. (i) ist eine analytische Bedingung an eine Dichteverteilung auf $\mathbb{R}^3$, (ii) eine partielle Differentialgleichung für eine Metrik und (iii) eine topologische Bedingung an die Fundamentalgruppe; sie sind einander nicht äquivalent.

Die logische Beziehung ist folgende. Was im Beweis der Poincaré-Vermutung tatsächlich wirkt, sind (ii) und (iii), nach Perelman (2002–2003). Bedingung (i) ist **eine Eigenschaft, die der Limes S^3 erfüllt**, keine Ursache, die die Konvergenz antreibt. Die Rolle von (i) in diesem Aufsatz ist, **ein geometrisches Vokabular zur Charakterisierung des Ziels bereitzustellen**.

2.1 Strukturelle Entsprechung zu Perelmans Beweis

Die Entsprechung zwischen Perelmans geometrischen Begriffen und den informationsgeometrischen Begriffen dieses Rahmens ist folgende:

- **Ricci-Fluss** $\partial_t g_{ij} = -2R_{ij} \iff$ Glättungsprotokoll für die räumliche Rendering-Last
- **Perelmans $\mathcal{W}$ -Entropie** $\iff$ Kompressionseffizienz des räumlichen Speichers (Absturzvermeidungsrate)
- **Neck-pinch-Singularität** $\iff$ Einfrieren von Mikro-Singularitäten mit $n > 2$ (Datenstau)
- **Chirurgie** $\iff$ erzwungene Neuformatierung durch den Yamagishi-Patch $m = 4\pi$
- **Standardsphäre S^3** $\iff$ vollkommen gleichförmiges Rendering-Gitter ($m(R) = 4\pi R$)

3. Strukturelle Entsprechung zu Perelmans $\mathcal{W}$ -Entropie-Funktional

Perelmans $\mathcal{W}$ -Entropie-Funktional ist definiert durch

$$\mathcal{W}(g, f, \tau) = \int_{M^3} [\tau(R + |\nabla f|^2) + f - 3] (4\pi\tau)^{-3/2} e^{-f} dV$$

und wächst unter dem Ricci-Fluss monoton ($\frac{d\mathcal{W}}{dt} \geq 0$).

Proposition 3.1 (Informationstheoretische Lesart der $\mathcal{W}$ -Monotonie)

Der monotone Anstieg $\frac{d\mathcal{W}}{dt} \geq 0$ des $\mathcal{W}$ -Funktional drückt den Prozess aus, durch den der Ricci-Fluss Unregelmäßigkeiten der Krümmung glättet und die Mannigfaltigkeit in einen gleichförmigen Zustand treibt. Im Bild des Universum-OS gelesen, lässt er sich **einem Optimierungsprotokoll zuordnen, das die räumliche Rendering-Last minimiert**. Perelman selbst führte $\mathcal{W}$ in Analogie zur Entropie der statistischen Mechanik ein.

3.1 Zwei Adressen des Faktors 4π

Das 4π im Faktor $(4\pi\tau)^{-3/2}$ des Integranden und der Raumwinkel der 2-Sphäre $\text{Vol}(S^2) = 4\pi$ sind zahlenmäßig gleich, aber ihre Herleitungen verlaufen auf verschiedenen Wegen.

- Das 4π in $(4\pi\tau)^{-3/2}$ ist die **Normierungskonstante des Wärmeleitungskerns (Gauß-Kerns)**. Es entsteht aus dem eindimensionalen Gauß-Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/(4\tau)} dx = \sqrt{4\pi\tau}$$

und wird in drei Dimensionen in die dritte Potenz erhoben, was $(4\pi\tau)^{3/2}$ ergibt. Die 4 hier stammt aus der Konvention $e^{-|x|^2/(4\tau)}$ im Exponenten für die Wärmeleitungsgleichung $\partial_t u = \Delta u$, und das π aus dem Gauß-Integral $\int e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$.

- $\text{Vol}(S^2) = 4\pi$ ist der **Raumwinkel der 2-Sphäre** und entsteht aus $\int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = 4\pi$.

Die beiden stimmen zahlenmäßig überein, aber ihre Herleitungen haben nichts gemeinsam. Die Disziplin von Aufsatz 48 — zahlenmäßige Übereinstimmungen verschiedener Herkunft nicht als eines zu zählen — gilt auch hier.

Die Monotonie des $\mathcal{W}$ -Funktional selbst ist ein strenger Satz Perelmans (2002) und gilt unabhängig von der Deutung in diesem Aufsatz.

4. Perelmans Satz und eine Anordnung nach Dimensionen

Satz 4.1 (Perelman 2002–2003): Eine einfach zusammenhängende geschlossene 3-Mannigfaltigkeit M^3 ist homöomorph zur Standard-3-Sphäre S^3 .

Satz 4.1 ist Perelmans Satz, und sein Beweis beruht auf dem Ricci-Fluss und der Chirurgie. Dieser Aufsatz gibt eine Lesart dieses Satzes.

4.1 Anordnung nach Dimensionen

Wir stellen die Auflösung der Poincaré-Vermutung in jeder Dimension und den zugehörigen Schalenerhaltungsexponenten nebeneinander. Die Beziehung zwischen dem Exponenten n und $\text{Vol}(S^{d-1})$ ist Satz 4.1 von Aufsatz 06 ($n = d - 1$, $\text{Vol}(S^{d-1}) = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$).

Dimension d	Auflösung	$n = d - 1$	$\text{Vol}(S^{d-1})$
2	Klassisch	$n = 1$	2π
3	Perelman (2002–2003)	$n = 2$	4π
4	Freedman (1982), topologisch	$n = 3$	$2\pi^2$
≥ 5	Smale (1961)	$n = d - 1$	$2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$

Zwischen den beiden rechten Spalten und den beiden linken besteht keine Herleitung; die Tabelle dient **dazu, die beiden nebeneinanderzustellen**. Dass die höheren Dimensionen früher geklärt wurden (Smale 1961 → Freedman 1982 → Perelman 2003), spiegelt die topologische Tatsache wider, dass die Chirurgie in höheren Dimensionen mehr Spielraum hat, und ist eine andere Sache als die Werte von $\text{Vol}(S^{d-1})$.

5. Fazit

Dieser Aufsatz hat eine strukturelle Deutung der von Perelman bewiesenen dreidimensionalen Poincaré-Vermutung vorgelegt.

1. Die logische Stellung der drei am Beweis beteiligten Bedingungen: Was die Konvergenz antreibt, sind der Ricci-Fluss zusammen mit dem einfachen Zusammenhang, und die Gleichförmigkeit $n = 2$ drückt eine Eigenschaft des Ziels S^3 aus (Abschnitt 2).
2. Eine Sicht, die den monotonen Anstieg des $\mathcal{W}$ -Funktional als Optimierung der Rendering-Last liest (Proposition 3.1).
3. Das 4π des Wärmeleitungskerns und das 4π des Raumwinkels sind dieselbe Zahl an zwei verschiedenen Adressen (Abschnitt 3).
4. Die Auflösung der Poincaré-Vermutung in jeder Dimension, neben den Schalenerhaltungsexponenten gestellt (Abschnitt 4).

Schlussbemerkung: Die Sicht, die die Uniformisierung durch den Ricci-Fluss als „Optimierung der Rendering-Last“ liest, gibt einen anschaulichen Eingang zu diesem tiefen mathematischen Ergebnis. Und gleich hinter diesem Eingang erscheint dasselbe 4π an zwei verschiedenen Orten: in der Ausbreitung der Wärme und im Winkel über alle Richtungen.

Revisionsprotokoll

Dritte Auflage (September 2026): Die Form wurde an die aktuelle Vorlage angeglichen (Einordnung und die Beziehung zu Aufsatz 110 in der Tragweite-Anmerkung direkt nach der Zusammenfassung gebündelt, und die abschließende „Angabe der Reichweite“ entfernt). Im Titel wurde „Informationsgeometrische Neuformulierung“ zu „Eine strukturelle Deutung“; im Untertitel wurden „Sphärische Erzwingung“ und „Isomorphie“ zu „Uniformisierung zur Sphäre“ und „strukturelle Entsprechung“; und das „wir beweisen, dass es isomorph ist“ der Zusammenfassung wurde als Vorlage einer Lesart mit dem Haupttext in Einklang gebracht. Bei den Verweisen auf das Werk wurden DOIs ergänzt.

Zweite Auflage (Juli 2026): Drei Aussagen der ersten Auflage wurden entfernt — dass die drei Bedingungen einander äquivalent seien, dass das 4π in $(4\pi\tau)^{-3/2}$ der Raumwinkel $\text{Vol}(S^2)$ sei, und die Darstellung, als ob dieser Aufsatz den Hauptsatz bewiese.

Literatur

1. Poincaré, H. (1904). *Cinquième complément à l'analysis situs*. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo.
2. Perelman, G. (2002). *The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications*. arXiv:math/0211159.
3. Perelman, G. (2003). *Ricci flow with surgery on three-manifolds*. arXiv:math/0303109.
4. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. Journal of Differential Geometry.
5. Yamagishi, Y. (2026). *The Uniqueness Theorem of $\mathfrak{n} = 2$ for Spherically Symmetric Density Distributions* [Aufsatz 01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
6. Yamagishi, Y. (2026). *The 4π Mass Cancellation Theorem* [Aufsatz 02]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403931
7. Yamagishi, Y. (2026). *The Critical Line and the Fixed Point of the Functional Equation* [Aufsatz 06]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404262
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Pfaffian's $2^{\mathfrak{n}}\mathfrak{n}!$ Is One Block* [Aufsatz 48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
9. Yamagishi, Y. (2026). *Ricci Flow Is a Renormalization Group Flow* [Aufsatz 110]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837476

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Lizenziert unter Creative Commons Namensnennung 4.0 International (CC BY 4.0)