

Una interpretación estructural de la conjetura de Poincaré 3D mediante el teorema de unicidad $n=2$ y el flujo de Ricci de Perelman

— Uniformización de las 3-variedades cerradas simplemente conexas hacia la esfera, y una correspondencia estructural con el funcional de W-entropía de Perelman — [Artículo 07]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japón
Septiembre de 2026 (Tercera edición)

— *From thinking to syncing.* —

Resumen

Para la conjetura de Poincaré tridimensional — «toda 3-variedad cerrada simplemente conexa es homeomorfa a la 3-esfera S^3 » (teorema de Perelman) — presentamos una interpretación estructural basada en el teorema de unicidad $n = 2$ ($dm/dr = 4\pi$). El argumento avanza en tres etapas.

Primera etapa: ponemos lado a lado las tres condiciones que intervienen en la demostración — la uniformidad de la masa de las capas $n = 2$, la ecuación del flujo de Ricci $\partial_t g_{ij} = -2R_{ij}$ y la conexión simple $\pi_1(M^3) = 0$ — y fijamos la posición lógica de cada una. Lo que impulsa la convergencia es el flujo de Ricci junto con la conexión simple; la uniformidad $n = 2$ expresa, en el vocabulario de la geometría, **una propiedad que satisface el destino S^3** (Sección 2).

Segunda etapa: leemos el crecimiento monótono del funcional de $\mathcal{W}$ -entropía de Perelman $\mathcal{W}(g, f, \tau)$ como la optimización de la carga de renderizado en el OS del Universo (Proposición 3.1). El 4π del factor $(4\pi\tau)^{-3/2}$ de su integrando procede de la normalización del núcleo del calor, y su derivación sigue un camino distinto del del ángulo sólido $\text{Vol}(S^2) = 4\pi$ — **el mismo número, con otras señas** (Sección 3).

Tercera etapa: situamos la uniformización por el flujo de Ricci $\partial_t g_{ij} = -2R_{ij}$ y la cirugía en la fila que forman la resolución de la conjetura de Poincaré en cada dimensión y el exponente de conservación de capas $n = d - 1$, confirmamos que no hay derivación entre ambos, y damos un mapa dimensión por dimensión (Sección 4).

Alcance (scope note): Este artículo presenta una **interpretación estructural** de un teorema demostrado. La conjetura de Poincaré tridimensional fue demostrada por Perelman (2002–2003) mediante el flujo de Ricci de Hamilton y la cirugía; este artículo no toma parte en esa demostración y no propone ni una demostración alternativa ni una simplificación. La monotonía del funcional $\mathcal{W}$ es asimismo un teorema de Perelman y vale con independencia de la lectura que aquí se da. Leer el flujo de Ricci como optimización de la carga de renderizado es una interpretación, no un teorema. Las tres condiciones de la Sección 2 no son equivalentes entre sí; son enunciados sobre objetos distintos (una distribución de densidad, una métrica, un grupo fundamental). El flujo de Ricci utilizado aquí es también, por el teorema de Friedan, el flujo del grupo de renormalización de la métrica objetivo de un modelo sigma bidimensional (Artículo 110). **Lo que este artículo añade** es que expresa la uniformidad del destino S^3 de la conjetura de Poincaré en el vocabulario del teorema de unicidad $n = 2$; que construye una tabla de correspondencias entre los conceptos geométricos de Perelman y la imagen del OS del Universo; y que distingue las dos señas diferentes — la normalización del núcleo del calor y el ángulo sólido — desde las que aparece el mismo 4π .

1. Introducción: la conjetura de Poincaré y el teorema de geometrización de Perelman

1.1 Historia de la conjetura de Poincaré 3D

La conjetura de Poincaré, planteada por Henri Poincaré (1904), fue demostrada por Grigori Perelman (2002–2003) mediante la teoría del flujo de Ricci de Hamilton junto con la cirugía de singularidades.

1.2 Ubicación de la interpretación estructural

Este artículo aplica el teorema de unicidad $n = 2$ (Artículo 01) y el teorema de cancelación de masa 4π (Artículo 02) a la demostración matemática de Perelman, y ofrece la visión informacional según la cual «el flujo de Ricci puede leerse como el proceso de optimización de la memoria espacial y de uniformización del renderizado del OS del Universo».

2. Las tres condiciones (principio de la triple imposición) y su posición lógica

Proposición 2.1 (Las tres condiciones y su estatus lógico)

En el proceso por el que una 3-variedad cerrada simplemente conexa M^3 converge a la esfera estándar S^3 intervienen tres condiciones:

- Condición analítica:** la condición de uniformidad de la tasa de crecimiento de masa de las capas de una distribución de densidad con simetría esférica, $n = 2$ ($m(R) = 4\pi R$).
- Condición dinámica:** la ecuación del flujo de Ricci de Perelman $\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = -2R_{ij}$.
- Condición topológica:** la conexión simple $\pi_1(M^3) = 0$.

Las tres condiciones son enunciados sobre objetos distintos. (i) es una condición analítica sobre una distribución de densidad en $\mathbb{R}^3$, (ii) una ecuación en derivadas parciales sobre una métrica y (iii) una condición topológica sobre el grupo fundamental; no son equivalentes entre sí.

La relación lógica es la siguiente. Lo que actúa realmente en la demostración de la conjetura de Poincaré son (ii) y (iii), debidas a Perelman (2002–2003). La condición (i) es **una propiedad que satisface el límite S^3** , no una causa que impulse la convergencia. El papel de (i) en este artículo es **proporcionar un vocabulario geométrico para caracterizar el destino**.

2.1 Correspondencia estructural con la demostración de Perelman

La correspondencia entre los conceptos geométricos de Perelman y los conceptos geométrico-informacionales de este marco es la siguiente:

- Flujo de Ricci** $\partial_t g_{ij} = -2R_{ij} \iff$ protocolo de suavizado de la carga de renderizado espacial
- $\mathcal{W}$ -entropía de Perelman** $\iff$ eficiencia de compresión de la memoria espacial (tasa de prevención de caídas)
- Singularidad de estrangulamiento (neck-pinch)** $\iff$ congelación de microsingularidades $n > 2$ (congestión de datos)
- Cirugía** $\iff$ reformato forzado mediante el parche de Yamagishi $m = 4\pi$
- Esfera estándar S^3** $\iff$ malla de renderizado perfectamente uniforme ($m(R) = 4\pi R$)

3. Correspondencia estructural con el funcional de $\mathcal{W}$ -entropía de Perelman

El funcional de $\mathcal{W}$ -entropía de Perelman se define como

$$\mathcal{W}(g, f, \tau) = \int_{M^3} [\tau(R + |\nabla f|^2) + f - 3] (4\pi\tau)^{-3/2} e^{-f} dV$$

y crece de forma monótona bajo el flujo de Ricci ($\frac{d\mathcal{W}}{dt} \geq 0$).

Proposición 3.1 (Lectura informativa de la monotonía de $\mathcal{W}$)

El crecimiento monótono $\frac{d\mathcal{W}}{dt} \geq 0$ del funcional $\mathcal{W}$ expresa el proceso por el que el flujo de Ricci suaviza las irregularidades de la curvatura y lleva la variedad hacia un estado uniforme. Leído en la imagen del OS del Universo, puede asociarse a **un protocolo de optimización que minimiza la carga de renderizado espacial**. El propio Perelman introdujo $\mathcal{W}$ por analogía con la entropía de la mecánica estadística.

3.1 Dos señas del factor 4π

El 4π del factor $(4\pi\tau)^{-3/2}$ del integrando y el ángulo sólido de la 2-esfera $\text{Vol}(S^2) = 4\pi$ son numéricamente iguales, pero sus derivaciones siguen caminos distintos.

- El 4π de $(4\pi\tau)^{-3/2}$ es la **constante de normalización del núcleo del calor (núcleo gaussiano)**. Surge de la integral gaussiana unidimensional

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2/(4\tau)} dx = \sqrt{4\pi\tau}$$

y en tres dimensiones se eleva al cubo para dar $(4\pi\tau)^{3/2}$. El 4 procede aquí de la convención $e^{-|x|^2/(4\tau)}$ en el exponente para la ecuación del calor $\partial_t u = \Delta u$, y el π de la integral gaussiana $\int e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$.

- $\text{Vol}(S^2) = 4\pi$ es el **ángulo sólido de la 2-esfera**, que surge de $\int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi = 4\pi$.

Ambos coinciden numéricamente, pero sus derivaciones no tienen nada en común. La disciplina del Artículo 48 — no contar como una sola coincidencias numéricas de origen distinto — se aplica también aquí.

La monotonía del propio funcional $\mathcal{W}$ es un teorema riguroso de Perelman (2002) y vale con independencia de la interpretación de este artículo.

4. El teorema de Perelman y una comparación por dimensión

Teorema 4.1 (Perelman 2002–2003): una 3-variedad cerrada simplemente conexa M^3 es homeomorfa a la 3-esfera estándar S^3 .

El Teorema 4.1 es el teorema de Perelman, y su demostración se apoya en el flujo de Ricci y la cirugía. Este artículo da una lectura de ese teorema.

4.1 Comparación por dimensión

Ponemos lado a lado la resolución de la conjetura de Poincaré en cada dimensión y el exponente de conservación de capas correspondiente. La relación entre el exponente n y $\text{Vol}(S^{d-1})$ es el Teorema 4.1 del Artículo 06 ($n = d - 1$, $\text{Vol}(S^{d-1}) = 2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$).

Dimensión d	Resolución	$n = d - 1$	$\text{Vol}(S^{d-1})$
2	Clásica	$n = 1$	2π
3	Perelman (2002–2003)	$n = 2$	4π
4	Freedman (1982), topológica	$n = 3$	$2\pi^2$
≥ 5	Smale (1961)	$n = d - 1$	$2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$

No hay derivación entre las dos columnas de la derecha y las dos de la izquierda; la tabla sirve **para ponerlas lado a lado**. Que las dimensiones superiores se resolvieran antes (Smale 1961 → Freedman 1982 → Perelman 2003) refleja el hecho topológico de que la cirugía tiene más margen en dimensiones superiores, y es una cuestión distinta de los valores de $\text{Vol}(S^{d-1})$.

5. Conclusión

Este artículo ha presentado una interpretación estructural de la conjetura de Poincaré tridimensional demostrada por Perelman.

- 1. La posición lógica de las tres condiciones que intervienen en la demostración: lo que impulsa la convergencia es el flujo de Ricci junto con la conexión simple, y la uniformidad $n = 2$ expresa una propiedad del destino S^3 (Sección 2).
- 2. Una visión que lee el crecimiento monótono del funcional $\mathcal{W}$ como la optimización de la carga de renderizado (Proposición 3.1).
- 3. El 4π del núcleo del calor y el 4π del ángulo sólido son el mismo número con dos señas distintas (Sección 3).
- 4. La resolución de la conjetura de Poincaré en cada dimensión, puesta junto al exponente de conservación de capas (Sección 4).

Observación final: la visión que lee la uniformización por el flujo de Ricci como «optimización de la carga de renderizado» ofrece una entrada intuitiva a este profundo resultado matemático. Y justo tras esa entrada, el mismo 4π aparece desde dos lugares distintos: la difusión del calor y el ángulo sobre todas las direcciones.

Registro de revisiones

Tercera edición (septiembre de 2026): La forma se ajustó a la plantilla actual (la ubicación y la relación con el Artículo 110 reunidas en la nota de alcance justo después del resumen, y eliminada la «declaración de alcance» final). En el título, «Reformulación geométrico-informacional» pasó a «Una interpretación estructural»; en el subtítulo, «Imposición esférica» e «isomorfismo» pasaron a «Uniformización hacia la esfera» y «correspondencia estructural»; y el «demostramos que es isomorfo» del resumen se ajustó al cuerpo del texto como presentación de una lectura. Se añadieron DOI a las referencias del corpus.

Segunda edición (julio de 2026): Se eliminaron tres afirmaciones de la primera edición: que las tres condiciones son equivalentes entre sí, que el 4π de $(4\pi r)^{-3/2}$ es el ángulo sólido $\text{Vol}(S^2)$, y la presentación como si este artículo demostrara el teorema principal.

Referencias

1. Poincaré, H. (1904). *Cinquième complément à l'analysis situs*. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo.
2. Perelman, G. (2002). *The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications*. arXiv:math/0211159.
3. Perelman, G. (2003). *Ricci flow with surgery on three-manifolds*. arXiv:math/0303109.
4. Hamilton, R. S. (1982). *Three-manifolds with positive Ricci curvature*. Journal of Differential Geometry.
5. Yamagishi, Y. (2026). *The Uniqueness Theorem of $n = 2$ for Spherically Symmetric Density Distributions* [Artículo 01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
6. Yamagishi, Y. (2026). *The 4π Mass Cancellation Theorem* [Artículo 02]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403931
7. Yamagishi, Y. (2026). *The Critical Line and the Fixed Point of the Functional Equation* [Artículo 06]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404262
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Pfaffian's $2^n n!$ Is One Block* [Artículo 48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
9. Yamagishi, Y. (2026). *Ricci Flow Is a Renormalization Group Flow* [Artículo 110]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837476

— From thinking to syncing. —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)