儲けは規模に比例し、コストは規模の 1.5 乗で増える——だから最適な大きさが必ずある

— 片道 **5** bp・年 **252** 回転なら、年間のコストは **0.252000** になる — 分離子は、コストが規模の何乗で増えるか — [論文710]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

同じ戦略なら大きく張るほど儲かる、と思われている。だがコストが規模の 1.5 乗で増えるなら、必ずどこかで折り返す。折り返す位置が冪の差だけで決まることを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、回転そのものが、すでに大きな費用である——片道 5 bp・年 252 回転で、年間のコストは 0.252000 になる（第2節）。 第二に、だから要求される粗の成績が跳ね上がる——ボラティリティ 15 % で正味シャープレシオ 1.0 を出すには、粗で 2.680000 が要る（第2節）。 第三に、規模を増やすと、コストは規模より速く増える——単位あたりのコストが規模の平方根に比例するので、規模 100 倍で総コストは 1000.000000 倍になる（第3節）。 第四に、これが本稿の芯である。冪が 1 と 1.5 なら、最適な規模が必ず存在する——収益 0.10×規模・コスト 0.01×規模$^{1.5}$ で、最適は 44.444444、正味は 1.481481 である（第3節）。 第五に、折り返しの形は、係数ではなく冪の差が決めている——正味がゼロに戻る規模は最適のちょうど 2.250000 倍で、これは係数を変えても動かない（第3節）。 第六に、分離子は、コストが規模の何乗で増えるかである——冪が 1 なら最適は無く、1 を超えた瞬間に生じる（第4節）。 キーワード：取引コスト、市場インパクト、最適な規模、容量、冪の差、回転率。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——取引コストの積み上がり、市場インパクトが取引量の平方根に比例するという目安、容量の限界は、いずれも既知である（アルモグレン＆クリス 2000、ロペス・デ・プラド 2018）。個別のことを言わない——特定の運用、商品、人については何も述べない。値を主張しない——片道 5 bp、年 252 回転、ボラティリティ 15 % はいずれも代表値であり、戦略で大きく動く。冪を導かない——市場インパクトの冪 1/2 は前提として置く代表値である。実測では 0.4 から 0.6 ほどの幅がある。執行を論じない——注文の分割、時間の分散、アルゴリズムの選択は扱わない。既刊との関係：論文335 は、往復するだけで冪が変わること（レーダーの往復で距離の冪が 2 から 4 へ）を示した——そこでは一つの量の冪が操作で変わった。ここでは冪の違う二つの量が足し合わされ、差がわずか 0.5 しかないのに内点の最適を作る。加えたのは、回転のコストを年 0.252000 と数にしたこと、要求される粗シャープレシオを 2.680000 と出したこと、規模の効きを単位あたりと総額に分けたこと、最適規模 44.444444 と、正味がゼロに戻る規模が最適のちょうど 2.250000 倍であることを示したこと、分離子を「コストが規模の何乗か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：片道のコストを b、年間の回転数を n とする。規模 Q に対し、収益は比例し、市場インパクトによるコストは $Q^{1.5}$ で増えるとする。

$$C_{\text{年}} = 2bn, \qquad \Pi(Q) = aQ - \beta Q^{3/2}, \qquad Q^{*} = \left(\frac{2a}{3\beta}\right)^{2}, \qquad Q_{0} = \left(\frac{a}{\beta}\right)^{2}$$

Q^{*} は正味が最大になる規模、Q_{0} は正味がゼロに戻る規模である。

問い：同じ戦略なら、大きく張るほど儲かるのか。

2. 回転そのものが費用である

計算 2.1：片道 5 bp・年 252 回転なら、年間のコストは 0.252000 である。

計算 2.2：ボラティリティ 15 % のとき、正味のシャープレシオを出すのに要る粗のシャープレシオは次のようになる。

正味シャープレシオ	要る粗シャープレシオ
0.5	2.180000
1.0	2.680000
1.5	3.180000

> **観察 2.3**
>
> コストは、正味の目標に関係なく同じ額だけ上に積まれる。三つの行の差はどれも **0.500000** で、コストぶんの $\frac{0.252000}{0.15} = 1.680000$ が一律に乗っている——「もう少し良い戦略を探す」より先に、回転を減らすほうが効く場合がある。

> **観察 2.4**
>
> 粗 **2.680000** は、めったに出ない値である。論文**706** が示したように、実力ゼロでも **1000** 個試せば最良は **1.449610** に届く——だが **2.680000** は、その水準からさらに遠い。

3. 規模を増やすと、コストは規模より速く増える

計算 3.1：市場インパクトが規模の平方根に比例するとき、規模の効きは単位あたりと総額で違う。

規模	単位あたりのコスト	総コスト
1 倍	**1.000000** 倍	**1.000000** 倍
10 倍	**3.162278** 倍	**31.622777** 倍
100 倍	**10.000000** 倍	**1000.000000** 倍

計算 3.2：収益を **0.10**×規模、インパクトのコストを **0.01**×規模$^{1.5}$ とすると、最適な規模は **44.444444**、そのときの正味は **1.481481** である。

規模	正味
10.0000	**+0.683772**
44.4444	**+1.481481**
100.0000	**+0.000000**
200.0000	**−8.284271**

観察 3.3

これが本稿の芯である。冪が 1 と 1.5 なら、最適は必ず内点にある。収益の冪が 1、コストの冪が 1.5——差はわずか 0.5 しかないのに、Q を大きくすればいつか必ずコストが追い越す——差が小さいことは、最適が無いことを意味しない。

観察 3.4

折り返しの形は、係数ではなく冪の差が決めている。正味がゼロに戻る規模は最適のちょうど 2.250000 倍で、これは a を変えても β を変えても動かない——$(3/2)^2$ という数が、冪の差だけから出ている。

観察 3.5

だから「容量」は戦略の性質である。最適規模は a と β の比の二乗なので、良い戦略（a が大きい）ほど大きく張れるが、二乗で効くので当たりはずれが激しい——容量は、成績とは別に報告すべき量である。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、コストが規模の何乗で増えるかである。冪が 1 なら収益との差は比例のままで、最適は無く、大きいほど良い。1 を超えた瞬間に内点の最適が生じる——境目は 1 という一点にあり、そこを越えたかどうかだけが効く。

観察 4.2

論文335 と並べる。335 は、往復するだけで冪が変わることを示した——そこでは一つの量の冪が操作で変わった。ここでは冪の違う二つの量が足し合わされる。冪が変わる話と、冪の違うものが競る話は、別の型である。

> **観察 4.3**
>
> 言わないこと。個別の運用も執行の方法も扱わず、インパクトの冪は前提の代表値である——示したのは、冪が 1 を超えれば最適が必ず存在することと、その形が冪の差だけで決まることである。

5. 点呼と結び

1. 年間のコスト **0.252000**（計算 2.1）：回転そのものの費用。
2. 要る粗 SR **2.680000**（計算 2.2）：正味 **1.0** のために。
3. 三つの行の差は **0.500000**（観察 2.3）：一律に積まれる。
4. 規模 10 倍で総コスト **31.622777** 倍（計算 3.1）：規模より速い。
5. 規模 100 倍で **1000.000000** 倍（計算 3.1）：**1.5** 乗。
6. 最適な規模 **44.444444**（計算 3.2）：本稿の芯。
7. そのときの正味 **1.481481**（計算 3.2）：山の高さ。
8. 規模 200 で正味 **−8.284271**（計算 3.2）：行き過ぎると失う。
9. ゼロに戻るのは **2.250000** 倍（観察 3.4）：冪の差だけで決まる。
10. コストの冪（観察 4.1）：分離子・論文335。

結び：儲けは規模に比例し、コストは規模の 1.5 乗で増える。片道 5 bp・年 252 回転で年間のコストは 0.252000 になり、ボラティリティ 15 % で正味シャープレシオ 1.0 を出すには粗で 2.680000 が要る——コストは目標に関係なく一律に積まれるので、良い戦略を探すより回転を減らすほうが効く場合がある。規模を増やすと、単位あたりのコストが規模の平方根に比例するので、規模 100 倍で総コストは 1000.000000 倍になる——収益の冪 1 とコストの冪 1.5 の差はわずか 0.5 だが、それだけで最適な規模 44.444444（正味 1.481481）が生じ、規模 200 では正味が −8.284271 になる。しかも正味がゼロに戻る規模は最適のちょうど 2.250000 倍で、これは係数を変えても動かない——折り返しの形は、係数ではなく冪の差が決めている。分離子は、コストが規模の何乗で増えるかである。既刊との位置——論文335 では一つの量の冪が操作で変わった。ここでは冪の違う二つの量が競る。正直に言えば——個別の運用も執行も扱わず、インパクトの冪は前提の代表値である。

参考文献

1. Almgren, R., & Chriss, N. (2000). Optimal execution of portfolio transactions. *Journal of Risk*.
2. Lopez de Prado, M. (2018). *Advances in Financial Machine Learning*. Wiley.
3. 山岸勇輝 (2026).『往復すると、冪が変わる』[論文335]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22681851

4. 山岸勇輝 (2026). 『バックテストの成績は、戦略の質ではなく、試した回数を測っている』[論文706]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014927

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)