印刷の灰色は点の濃さではなく、ますの中の点の数である。だから階調の数は装置の比だけで決まる

— 階調の数はますの一辺の二乗に真っ白を足した値になり、解像度と線数の比だけで決まる — 分離子は、灰色が一点の濃さから来るか、ますの中の数から来るか — [論文731]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

印刷の灰色は、薄い黒ではない。打つか打たないかの点を、ますの中に何個か置いたものである。だから階調の数に上限が在り、その上限は装置の二つの数の比だけで決まる。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、階調の数はますの一辺の二乗に 1 を足した値である——600 dpi ／ 100 lpi なら一辺 6 点で 37 段になる（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。その数はインクにも紙にも依らない——解像度と線数の比だけで決まり、600/150 で 17 段、1200/150 で 65 段になる（第2節）。 第三に、256 段には 16 倍が要る——一辺が 16 点要るので、150 lpi なら 2400 dpi である（第3節）。 第四に、細かい網にすると階調を失う——同じ 600 dpi で線数を 2 倍にすると、階調は 37 段から 10 段へ 0.270270 倍になる（第3節）。 第五に、一辺は切り捨てで決まる——600/150 は一辺 4 点で 17 段になり、面積を先に出して切り捨てると違う答になる（第3節）。 第六に、分離子は、灰色が一点の濃さから来るか、ますの中の数から来るかである——前者なら階調は連続で、後者なら離散である（第4節）。 キーワード：網点、面積階調、線数、解像度、階調の離散性、装置の比。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——網点による面積階調、階調数がますの画素数で決まること、解像度と線数の交換は、いずれも標準的である（ユール 1967、キプハン 2001）。一定の格子だけを見る——誤差拡散、ディザ、確率的スクリーンは扱わない。点の振舞いを扱わない——点の広がり（ドットゲイン）、インクの濃度、紙の吸収は扱わない。目を論じない——人が何段を見分けるか、どの線数で網が見えなくなるかは扱わない。実在の装置を主張しない——印刷機や規格の値は扱わず、解像度と線数は例として置く。単色で数える——複数のインクを重ねたときの組み合わせは扱わない。既刊との関係：論文719 は、混色が一つの演算ではなく片方が足し算・もう片方が通過率の掛け算であることを示し、射程注記で「並べて混ぜる場合は扱わず、重ねる場合だけを見る」と明記した——ここはその並べて混ぜる場合である。重ねる混色は通過率の掛け算だったが、並べる混色は数え上げになる。掛け算になる混色と、数え上げになる混色。加えたのは、階調の数を一辺の二乗に 1 を足した形で出したこと、それが装置の比だけで決まることを示したこと、256 段の条件を 16 倍と出したこと、線数を上げたときの代償を 0.270270 倍と出したこと、分離子を「一点の濃さか、ますの中の数か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：印刷の点は打つか打たないかの二値である。灰色は、ますの中で何個打つかで作る。

$$s = \left\lfloor \frac{\mathrm{dpi}}{\mathrm{lpi}} \right\rfloor, \qquad L = s^2 + 1$$

s はますの一辺に入る点の数、L は作れる階調の数である。一辺を先に整数にしてから二乗する。

問い：印刷の灰色は、何でできているのか。

2. 階調の数は、装置の比だけで決まる

計算 2.1：解像度と線数の組ごとに、ますの一辺と階調の数を出した。

解像度	線数	ますの一辺	階調
600 dpi	100 lpi	6 点	37 段
600 dpi	150 lpi	4 点	17 段
600 dpi	200 lpi	3 点	10 段
1200 dpi	150 lpi	8 点	65 段
2400 dpi	150 lpi	16 点	257 段

> **観察 2.2**
>
> これが本稿の芯である。この数にインクも紙も入っていない。解像度と線数という装置の二つの数の比だけで決まる——インクを濃くしても、紙を替えても、階調の数は増えない。

> **観察 2.3**
>
> そして階調は離散である。一辺 **6** 点のますで作れるのは **37** 通りしかない——点が二値だから、灰色の段数は数え上げられる。

> **観察 2.4**
>
> 真っ白を足すので、二乗に **1** を加える。$6^2 = 36$ 通りの打ち方に、一つも打たない場合が加わる——数え落としやすいので、明示しておく。

3. 細かい網は、階調を食う

計算 **3.1**：**256** 段を出すために要る解像度を、線数ごとに出した。

線数	要る解像度	そのときの階調
100 lpi	**1600** dpi	**257** 段
150 lpi	**2400** dpi	**257** 段
175 lpi	**2800** dpi	**257** 段

> **観察 3.2**
>
> 条件は一つの倍率に畳まる。**256** 段には一辺 **16** 点が要るので、解像度は線数の **16** 倍でよい——線数を選べば、要る解像度が自動的に決まる。

観察 3.3

逆に、解像度を固定して線数を上げると階調を失う。同じ **600 dpi** で線数を **2** 倍にすると、階調は **37** 段から **10** 段へ **0.270270** 倍になる——細かい網は、網が見えにくくなる代わりに灰色の段を食う。

観察 3.4

一辺は切り捨てで決まる。**600/150** はちょうど **4** 点だが、割り切れない場合は切り捨てる——面積を先に出して切り捨てると違う答になるので、一辺を先に整数にする。

観察 3.5

だから二つの細かさが取り合う。網の細かさ（線数）と灰色の細かさ（階調）が、同じ解像度を分け合う——どちらも欲しければ、解像度を上げるしかない。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、灰色が一点の濃さから来るか、ますの中の数から来るかである。前者なら階調は連続で、後者なら離散である——「もっと細かい灰色」を頼むとき、どちらの意味かで要るものが変わる。

観察 4.2

論文**719** と並べる。**719** は、混色が一つの演算ではないことを示し、並べて混ぜる場合は扱わないと書いた——ここはその並べて混ぜる場合である。重ねる混色は通過率の掛け算で連続だったが、並べる混色は数え上げで離散になる。

観察 4.3

言わないこと。誤差拡散もディザも、点の広がりも、目の見分けも、複数のインクの重なりも扱わなかった——示したのは、階調が離散であることと、その数が装置の比だけで決まることである。

5. 点呼と結び

1. **600/100 で 37 段**（計算 2.1）：一辺 **6 点**。
2. **600/150 で 17 段**（計算 2.1）：一辺 **4 点**。
3. **600/200 で 10 段**（計算 2.1）：一辺 **3 点**。
4. **1200/150 で 65 段**（計算 2.1）：解像度を倍に。
5. **2400/150 で 257 段**（計算 2.1）：ここで **256** を超える。
6. インクも紙も入らない（観察 2.2）：本稿の芯。
7. 二乗に **1** を足す（観察 2.4）：真っ白のぶん。
8. **256 段には 16 倍**（観察 3.2）：**150 lpi** なら **2400 dpi**。
9. 線数 **2** 倍で **0.270270** 倍（観察 3.3）：階調を食う。
10. 一点の濃さか、ますの中の数か（観察 4.1）：分離子・論文719。

結び：印刷の灰色は点の濃さではなく、ますの中の点の数である。だから階調の数は装置の比だけで決まる。一つの点は打つか打たないかの二値なので、灰色はますの中で何個打つかで作り、階調の数はますの一辺の二乗に真っ白を足した値になる——**600 dpi** ／ **100 lpi** なら一辺 **6** 点で **37** 段、**600/150** で **4** 点・**17** 段、**600/200** で **3** 点・**10** 段、**1200/150** で **8** 点・**65** 段、**2400/150** で **16** 点・**257** 段である。この数にインクも紙も入っていない——解像度と線数という装置の二つの数の比だけで決まる——インクを濃くしても紙を替えても、階調の数は増えない。そして点が二値だから、灰色の段数は数え上げられる。**256** 段には一辺 **16** 点が要るので、解像度は線数の **16** 倍でよく、**150 lpi** なら **2400 dpi** である。逆に解像度を固定して線数を上げると階調を失う——同じ **600 dpi** で線数を **2** 倍にすると、階調は **37** 段から **10** 段へ **0.270270** 倍になる。網の細かさと灰色の細かさが、同じ解像度を分け合っている。一辺は切り捨てで決まるので、面積を先に出して切り捨てると違う答になる。分離子は、灰色が一点の濃さから来るか、ますの中の数から来るかである。既刊との位置——論文719 は重ねる混色を扱い、並べる場合は扱わないと書いた。ここがその並べる場合で、掛け算が数え上げに変わる。正直に言えば——誤差拡散もディザも点の広がりも目の見分けも扱わなかった。

参考文献

1. Kipphan, H. (2001). *Handbook of Print Media*. Springer.
2. 山岸勇輝 (2026). 『「混色」は一つの演算ではない。片方は足し算で、もう片方は通過率の掛け算である』[論文719]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014997
3. Yule, J. A. C. (1967). *Principles of Color Reproduction*. Wiley.

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)