鉄道の引ける重さの余裕は平地でだけ大きく、勾配が分母に入るとゴムタイヤに負ける

— 動輪に載る重さを 1 として後ろに引ける重さの上限は、平地で乾いたレール 165.666667、ゴムタイヤ 69.000000 で、レールが 2.400966 倍 — 分離子は、余裕を決めているのが粘着の大きさか、転がり抵抗の小ささか — [論文747]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

鉄の車輪とレールは転がり抵抗が小さく、少ない動力で重い列車を引ける。けれど引ける重さの上限は、車輪が滑らずに押せる力でも決まる。その上限を、乾いたレール・濡れたレール・ゴムタイヤで、勾配を変えながら数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、平地では、レールが大きく勝つ——乾いたレール 165.666667、ゴムタイヤ 69.000000、2.400966 倍（第2節）。 第二に、その勝ちは、粘着ではなく分母の小ささから来る——粘着はゴムのほうが大きいが、転がり抵抗はレールが 0.0015 でゴムの 0.010 よりずっと小さい（第2節）。 第三に、これが本稿の芯である。勾配が同じ分母に足されると、レールの利が消える——勾配 1 % で分母はレール 7.666667 倍、ゴム 2.000000 倍、上限は 20.739130 対 34.000000（第3節）。 第四に、並ぶ勾配は小さい——0.322222 % で、そのとき上限は 51.941176（第3節）。 第五に、濡れたレールは平地でもゴムに負ける——65.666667 対 69.000000、勾配 5 % では 0.941748（第3節）。 第六に、分離子は、余裕を決めているのが粘着の大きさか、転がり抵抗の小ささかである——「鉄道は重いものを引ける」は、勾配を言うまで、どちらが引けるかが決まらない（第4節）。 キーワード：粘着係数、転がり抵抗、勾配抵抗、牽引の上限、鉄道とゴムタイヤ、分母の小ささ。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——粘着係数で決まる牽引力の上限、転がり抵抗と勾配抵抗の足し算、鉄道が勾配に弱くゴムタイヤの車両が坂に強いことは、いずれも既知である（ヘイ 1982、ウォン 2008）。上限だけを見る——動力の大きさ、ブレーキ、複数の機関車、分散動力は扱わず、滑らずに押せる力で決まる上限だけを見る。係数は代表値である——粘着係数 0.25・0.10・0.70、転がり抵抗係数 0.0015・0.010 は比べるための値で、路面と天候で大きく動く。ほかの抵抗を入れない——空気抵抗、曲線抵抗、加速に要る力は入れない。理由を一つに帰さない——鉄道が勾配を嫌う理由をこれだけに帰さず、粘着の上限から見た一因として示す。実在の車両を主張しない——個別の列車やトラックは扱わない。既刊との関係：論文667 は、転がり抵抗が摩擦ではなく、完全弾性ならゼロになり、速度にも依らないことを示した——その射程注記は「登坂、加速、駆動系の損失は入れない。平地の定常だけを見る」と明記していた。そこでは転がり抵抗の正体を扱った。ここではその小ささが引ける重さを決め、勾配が同じ分母に足されると小ささの利が消えることを数える。転がり抵抗の正体と、その小ささの値打ちになる。加えたのは、三つの路面で勾配ごとの上限を並べたこと、勾配 1 ‰ で分母の増え方がレール 7.666667 倍、ゴム 2.000000 倍と分かれることを示したこと、並ぶ勾配 0.322222 ‰ を出したこと、分離子を「粘着の大きさか、転がり抵抗の小ささか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：動輪に載る重さを W_d、後ろに引く重さを W_t、粘着係数を μ、転がり抵抗係数を C_{rr}、勾配を正接 g で置く。動輪が滑らずに押せる力 μW_d が、全体の抵抗 $(C_{rr}+g)(W_d+W_t)$ に等しくなるところが上限である。

$$\mu W_d = (C_{rr}+g)(W_d+W_t), \qquad \frac{W_t}{W_d} = \frac{\mu - C_{rr} - g}{C_{rr}+g}$$

乾いたレール $\mu = 0.25$、濡れたレール $\mu = 0.10$（どちらも $C_{rr} = 0.0015$）、ゴムタイヤ $\mu = 0.70$、$C_{rr} = 0.010$ と置く。

問い：鉄道はいつも、ゴムタイヤより重いものを引けるのか。

2. 平地では、レールが大きく勝つ

計算 2.1：三つの路面で、勾配ごとに引ける重さの上限を出した。

勾配	乾いたレール	濡れたレール	ゴムタイヤ
0 %	165.666667	65.666667	69.000000
0.5 %	37.461538	14.384615	45.666667
1 %	20.739130	7.695652	34.000000
2.5 %	8.433962	2.773585	19.000000
5 %	3.854369	0.941748	10.666667

> **観察 2.2**
>
> 平地では、乾いたレールがゴムタイヤの 2.400966 倍を引ける。上限は 165.666667 対 69.000000 で、平地の上限は $\mu/C_{rr} - 1$ に一致する——レールの勝ちは、分母の小ささの勝ちである。

> **観察 2.3**
>
> その勝ちは、粘着の大きさから来ていない。粘着はゴムの 0.70 のほうがレールの 0.25 より大きいが、転がり抵抗はレールの 0.0015 がゴムの 0.010 よりずっと小さい——分子で負けて、分母で勝っている。

3. 勾配が分母に入ると、利が消える

計算 3.1：勾配 1 % で分母（転がり抵抗＋勾配）が平地の何倍になるかと、乾いたレールとゴムの上限が並ぶ勾配を出した。

量	値
勾配 1 % での分母の増え方（レール）	7.666667 倍
勾配 1 % での分母の増え方（ゴム）	2.000000 倍
二つが並ぶ勾配	0.003222（0.322222 %）
そのときの上限	51.941176

観察 3.2

これが本稿の芯である。勾配が同じ分母に足されると、レールの利が消える。勾配 **1 %** で、レールの分母は **7.666667** 倍、ゴムは **2.000000** 倍にしかならず、上限は **20.739130** 対 **34.000000** に逆転する——小さい分母ほど、同じ勾配の足し算で大きく崩れる。

観察 3.3

並ぶ勾配は、わずか **0.322222 %** である。そのとき上限は **51.941176** で、平地の **165.666667** の三分の一を下回る——鉄道の平地での大きな余裕は、ほんのわずかな勾配で失われる。

観察 3.4

濡れたレールは、平地でもゴムに負ける。平地で **65.666667** 対 **69.000000**、勾配 **0.5 %** ではゴムとの差が **−31.282051**、**5 %** では上限 **0.941748** で、動輪の重ささえ引けない——分子が小さくなると、分母の小ささでは補いきれない。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、余裕を決めているのが粘着の大きさ（分子）か、転がり抵抗の小ささ（分母）かである。平地ではレールの分母の小ささが **2.400966** 倍の勝ちを作り、勾配ではゴムの分子の大きさが勝つ——「鉄道は重いものを引ける」は、勾配を言うまで、どちらが引けるかが決まらない。

観察 4.2

論文**667** と並べる。**667** は、転がり抵抗が摩擦ではなく変形の損失であることを示し、登坂は入れないと明記した——ここではその小ささが引ける重さを決め、勾配が同じ分母に足されると小ささの利が消えることを数えた。

> **観察 4.3**
>
> 言わないこと。動力もブレーキも空気抵抗も曲線抵抗も入れず、係数は代表値で、鉄道が勾配を嫌う理由をこれだけに帰さない——示したのは、分母の小ささという利が勾配で消えることである。

5. 点呼と結び

1. 乾いたレール **165.666667**（計算 2.1）：平地。
2. ゴムタイヤ **69.000000**（計算 2.1）：平地。
3. **2.400966** 倍（観察 2.2）：分母の勝ち。
4. 分母 **7.666667** 倍（計算 3.1）：レールが崩れる。
5. 分母 **2.000000** 倍（計算 3.1）：ゴムは崩れにくい。
6. 勾配 **1 %** で **20.739130** 対 **34.000000**（観察 3.2）：本稿の芯。
7. 並ぶ勾配 **0.322222 %**（観察 3.3）：わずか。
8. そのとき **51.941176**（計算 3.1）：平地の三分の一未満。
9. 濡れたレール **65.666667**（観察 3.4）：平地でも負ける。
10. 粘着の大きさか、転がり抵抗の小ささか（観察 4.1）：分離子・論文667。

結び：鉄道の引ける重さの余裕は平地でだけ大きく、勾配が分母に入るとゴムタイヤに負ける。動輪に載る重さを 1 とすると、平地で乾いたレールは 165.666667、ゴムタイヤは 69.000000 を引け、レールが 2.400966 倍勝つ——その勝ちは粘着の大きさではなく、転がり抵抗という分母の小ささから来ている。ところが勾配 1 % では分母がレールで 7.666667 倍、ゴムで 2.000000 倍に増え、上限は 20.739130 対 34.000000 に逆転し、二つが並ぶのはわずか 0.322222 %（上限 51.941176）である——小さい分母ほど、同じ勾配の足し算で大きく崩れる。濡れたレールは平地でも 65.666667 でゴムに負ける。分離子は、余裕を決めているのが粘着の大きさか、転がり抵抗の小ささかである——「鉄道は重いものを引ける」は、勾配を言うまで、どちらが引けるかが決まらない。既刊との位置——論文667 は転がり抵抗の正体を扱い、登坂は入れないと明記した。ここはその小ささの値打ちが勾配で消えることを数えた。正直に言えば——動力もブレーキも空気抵抗も入れず、係数は代表値で、理由をこれだけに帰さない。

参考文献

1. Hay, W. W. (1982). *Railroad Engineering* (2nd ed.). Wiley.
2. Wong, J. Y. (2008). *Theory of Ground Vehicles* (4th ed.). Wiley.

3. 山岸勇輝 (2026). 『転がり抵抗は摩擦ではない——完全弾性ならゼロになり、速度にも依らない』[論文667]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014716

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)