ガラスを冷やしてよい速さは、板厚の二乗に反比例して落ちる

— 徐冷の帯 **40** K を抜ける時間は **5** mm で **134.615385** 秒、**20** mm で **2153.846154** 秒で、板厚 **4** 倍で速さは **0.062500** 倍、時間は **16.000000** 倍 — 分離子は、応力に頭打ちを与える降伏が材料に有るか無いか — [論文750]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

ガラスは、ゆっくり冷やさないと中に応力が残る。どれだけゆっくりかは、板の厚さで大きく変わる。許せる冷却の速さを、板の中の温度差と応力から数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、冷やすと、中心と表面に温度差ができる——1 K/s で冷やした 5 mm の板で 6.250000 K、表面の応力 3.365385 MPa（第2節）。 第二に、許せる速さは板厚で決まる——3 mm で 0.825397、5 mm で 0.297143、20 mm で 0.018571 K/s（第3節）。 第三に、これが本稿の芯である。許せる速さは板厚の二乗に反比例する——板厚を 5 mm から 20 mm にすると、速さは 0.062500 倍（第3節）。 第四に、徐冷にかかる時間は二乗で伸びる——帯 40 K を抜けるのに 5 mm で 134.615385 秒、20 mm で 2153.846154 秒——16.000000 倍（第3節）。 第五に、式は差分の解と一致する——150 秒後の温度差は差分で 6.250000 K、式と相対差 0.000000（第2節）。 第六に、分離子は、応力に頭打ちを与える降伏が材料に有るか無いかである——降伏の無いガラスでは、温度差がそのまま応力になる（第4節）。 キーワード：徐冷、熱応力、板厚、熱拡散率、冷却の速さ、降伏の有無。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——一定の速さで冷やす平板の放物線の温度分布、それが作る熱応力、徐冷の速さが板厚の二乗に反比例することは、いずれも既知である（シェルビー 2005、ティモシェンコ＆グーディア 1970）。粘弾性の緩和を扱わない——徐冷の帯の中で応力がどれだけ抜けるかは扱わず、残してよい応力 1.0 MPa を置いた値として使う。平板を無限に広いと置く——端、角、厚さの不揃いは扱わない。材料定数を代表値にする——弾性率、膨張係数、ポアソン比、熱拡散率は代表値で、温度による変化は入れない。徐冷の帯を一つに置く——帯の幅 40 K は置いた値である。実在の徐冷を主張しない——個別の製品や窯のスケジュールは扱わない。既刊との関係：論文562 は、拘束した鋼を冷やしたときの残留応力の上限を決めているのが、温度ではなく降伏であることを示した——そこでは弾性の応力が降伏をはるかに超え、温度差を振っても応力は降伏で止まった。ここではガラスに頭打ちを与える降伏が無いので、温度差がそのまま応力になり、温度差を作る冷やす速さと板厚の二乗が限界を決める。頭打ちが有るか無いかになる。論文352 も引く——そこでは冷やす速さがガラス転移温度を動かした。ここでは冷やす速さが板の中の温度差を作る。同じ「冷やす速さ」が、材料の側と板の側で別のものに効く。加えたのは、四つの板厚で許せる速さと帯を抜ける時間を出したこと、板厚 4 倍で速さ 0.062500 倍・時間 16.000000 倍を示したこと、差分の解で温度差の式を確かめたこと、分離子を「降伏が有るか無いか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：厚さ h の平板を、両面から一定の速さ q で冷やす。しばらくすると板の中の温度は放物線になり、中心と表面の差 ΔT ができる。その差が表面に引張の応力 σ_s を作る。

$$\Delta T = \frac{q\,h^2}{8\kappa}, \qquad \sigma_s = \frac{2}{3}\,\frac{E\alpha}{1-\nu}\,\Delta T, \qquad q_{\max} = \frac{12\,\kappa\,\sigma_{\mathrm{ok}}\,(1-\nu)}{E\alpha\,h^2}$$

$E = 70\ \mathrm{GPa}$、$\alpha = 9.0\times10^{-6}\ /\mathrm{K}$、$\nu = 0.22$、$\kappa = 5.0\times10^{-7}\ \mathrm{m^2/s}$、残してよい応力 $\sigma_{\mathrm{ok}} = 1.0\ \mathrm{MPa}$ と置く。

問い：ガラスをどれだけゆっくり冷やせばよいかは、何が決めるのか。

2. 冷やすと、温度差が応力になる

計算 2.1：5 mm の板を 1 K/s で冷やしたときの温度差と応力を、式と差分の解で出した。

量	値
中心と表面の差（式）	**6.250000** K
中心と表面の差（差分・**150** 秒後）	**6.250000** K
相対差	**0.000000**
表面の応力	**3.365385** MPa

> **観察 2.2**
>
> **1 K/s** で冷やすと、**5 mm** の板でも表面に **3.365385 MPa** の応力が立つ。残してよい **1.0 MPa** を超えるので、この速さは速すぎる——許せる速さで冷やすと表面の応力はちょうど **1.000000 MPa** になる。

3. 許せる速さは、板厚の二乗に反比例する

計算 **3.1**：四つの板厚で、許せる冷却の速さと、徐冷の帯 **40 K** を抜ける時間を出した。

板厚	許せる速さ	帯を抜ける時間	同じ（分）
3 mm	**0.825397** K/s	**48.461538** 秒	**0.807692** 分
5 mm	**0.297143** K/s	**134.615385** 秒	**2.243590** 分
10 mm	**0.074286** K/s	**538.461538** 秒	**8.974359** 分
20 mm	**0.018571** K/s	**2153.846154** 秒	**35.897436** 分

> **観察 3.2**
>
> これが本稿の芯である。許せる速さは板厚の二乗に反比例する。板厚を **5 mm** から **20 mm** にすると、許せる速さは **0.062500** 倍で、**1/16** との差は **0** である——温度差は熱が板の中を拡がる時間で決まり、その時間が厚さの二乗で伸びるからである。

観察 3.3

徐冷にかかる時間は、板厚の二乗で伸びる。帯 40 K を抜けるのに 5 mm で 134.615385 秒、20 mm で 2153.846154 秒で、16.000000 倍になる——厚さ 4 倍が、時間では 16 倍として効く。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、応力に頭打ちを与える降伏が材料に有るか無いかである。降伏の無いガラスでは、温度差がそのまま応力になり、冷やす速さと板厚の二乗が限界を決める——降伏の有る材料では、応力は降伏で止まり、この比例は途中で切れる。

観察 4.2

論文562 と並べる。562 は、拘束した鋼を冷やすと弾性の応力が降伏をはるかに超え、温度差を振っても残留応力は降伏で止まることを示した——そこでは頭打ちが答を決めた。ここでは頭打ちが無いので、温度差を作る速さと厚さが答を決める。

観察 4.3

論文352 とも並べる。352 は、冷やす速さでガラス転移温度が動くことを示した——そこでは冷やす速さが材料の側に効き、ここでは板の中の温度差に効く。

観察 4.4

言わないこと。粘弾性の緩和も、板の端も、温度による材料定数の変化も扱わず、実在の徐冷スケジュールは主張しない——示したのは、許せる速さが板厚の二乗に反比例することと、それが降伏の無さから来ることである。

5. 点呼と結び

1. 温度差 **6.250000 K**（計算 2.1）：**1 K/s・5 mm**。
2. 表面の応力 **3.365385 MPa**（計算 2.1）：**速すぎる**。
3. **3 mm** で **0.825397 K/s**（計算 3.1）：**薄い板**。
4. **5 mm** で **0.297143 K/s**（計算 3.1）：**基準**。
5. **20 mm** で **0.018571 K/s**（計算 3.1）：**厚い板**。
6. **0.062500 倍**（観察 3.2）：**本稿の芯**。
7. **134.615385 秒**（計算 3.1）：**5 mm の徐冷**。
8. **2153.846154 秒**（計算 3.1）：**20 mm の徐冷**。
9. **16.000000 倍**（観察 3.3）：**時間は二乗で伸びる**。
10. **降伏が有るか無いか**（観察 4.1）：**分離子・論文562・352**。

結び：ガラスを冷やしてよい速さは、板厚の二乗に反比例して落ちる。1 K/s で冷やした 5 mm の板は中心と表面に 6.250000 K の差を持ち、表面に 3.365385 MPa の応力が立つ——差分の解も 6.250000 K で式と一致した。残してよい応力 1.0 MPa から、許せる速さは 3 mm で 0.825397、5 mm で 0.297143、20 mm で 0.018571 K/s になり、板厚 4 倍で 0.062500 倍、徐冷の帯 40 K を抜ける時間は 134.615385 秒から 2153.846154 秒へ 16.000000 倍になる——熱が板の中を拡がる時間が、厚さの二乗で伸びるからである。分離子は、応力に頭打ちを与える降伏が材料に有るか無いかである——降伏の無いガラスでは、温度差がそのまま応力になる。既刊との位置——論文562 では降伏が応力を止めた。ここでは止めるものが無く、速さと厚さが限界を決める。論文352 では冷やす速さが材料の側に効いた。正直に言えば——粘弾性の緩和も板の端も扱わず、残してよい応力と帯の幅は置いた値である。

参考文献

1. Shelby, J. E. (2005). *Introduction to Glass Science and Technology* (2nd ed.). Royal Society of Chemistry.
2. Timoshenko, S. P., & Goodier, J. N. (1970). *Theory of Elasticity* (3rd ed.). McGraw-Hill.
3. 山岸勇輝 (2026).『ガラス転移温度は、測る速さで動く』[論文352]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22695723
4. 山岸勇輝 (2026).『残留応力の上限を決めているのは、温度ではなく降伏である』[論文562]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014250

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)