蒸留で純度の九を一つ足す段数は、純度に依らず一定に近づき、相対揮発度だけで決まる

— 全還流で塔頂と塔底を対称な純度にする最少段数は、相対揮発度 **1.50** なら純度 **0.99** に **22.665920**、**0.999** に **34.068306**、**0.9999** に **45.430495** — 分離子は、数えているのが純度そのものか、純度の九の数か — [論文761]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

蒸留で純度を上げるほど、段が要る。**0.99** から **0.999** へ、**0.9999** へと進むほど、ますます段が要ると思われやすい。純度の九を一つ足すのに要る段数を、純度ごとと相対揮発度ごとに数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、純度の九が増えるほど、段数は増える——相対揮発度 **1.50** で純度 **0.99** に **22.665920**、**0.9999** に **45.430495** 段（第2節）。 第二に、けれど九一つの値段は、増えずに減る——**11.827875** から **11.402386**、**11.357792** と単調に減る（第2節）。 第三に、これが本稿の芯である。九一つの値段は一定に近づき、純度に依らない——行き着く先は $2\ln 10/\ln\alpha = \mathbf{11.357747}$ 段で、最後の増分との差は 4.439×10^{-5}（第2節）。 第四に、その値段は相対揮発度だけで決まる——1.05 で **94.387266**、2.00 で **6.643856**、5.00 で **2.861353** 段（第3節）。 第五に、一段ずつ上っても同じ数になる——塔底 **0.01** から塔頂 **0.99** に **23** 段、連続の値 **22.665920** の切り上げ（第3節）。 第六に、分離子は、数えているのが純度そのものか、純度の九の数かである——「純度を上げるほど段が要る」は、どちらで数えるかを言うまで、どれだけ要るかが決まらない（第4節）。 キーワード：蒸留、理論段数、相対揮発度、フェンスケの式、純度の九の数、全還流。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——全還流での最少理論段数を与えるフェンスケの式、平衡段ごとに二成分のオッズが相対揮発度倍になること、純度を上げる手間が対数で効くことは、いずれも既知である（フェンスケ 1932、マッケーブほか 2005）。最少段数だけを見る——全還流での最少段数だけで、実際の還流比、段効率、供給位置は扱わない。理想系と置く——相対揮発度は塔の中で一定とし、共沸や非理想性は扱わない。純度を対称に置く——塔頂の純度と塔底の不純物を同じ値にそろえる。実在の塔を主張しない——個別の混合物や装置は扱わない。相対揮発度 1.05 から 5.00 は比べるための値である。既刊との関係：論文294 は、分離は長さの平方根でしか良くならないことを示した——その射程注記は、一致するのは分散が足されるという構造だと明記していた。そこでは段を足しても分離度は平方根でしか伸びなかった。ここでは段ごとにオッズが相対揮発度倍になり、純度の九の数が段数に比例して伸びる。足されるのが分散か、掛けられるのがオッズかになる。加えたのは、九を一つ足す段数が単調に減って 11.357747 に近づくことを示したこと、その値段が相対揮発度だけで決まることを四つの値で並べたこと、一段ずつ上る計算で連続の値の切り上げを確かめたこと、分離子を「純度か、九の数か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：二成分の蒸留で、相対揮発度を α とする。全還流では、一段上がるごとに軽い成分と重い成分のオッズが α 倍になる。塔頂の純度 x と塔底の不純物 $1-x$ をそろえると、最少段数 N と、九を一つ足す段数の行き着く先は次になる。

$$\frac{y}{1-y} = \alpha \frac{x}{1-x}, \qquad N = \frac{2\ln\bigl(x/(1-x)\bigr)}{\ln \alpha}, \qquad \Delta N_{\infty} = \frac{2\ln 10}{\ln \alpha}$$

相対揮発度 $\alpha = 1.50$ を基準にする。

問い：純度を上げるほど、九一つの値段は高くなるのか。

2. 九一つの値段は、一定に近づく

計算 2.1：相対揮発度 1.50 で、純度ごとの最少段数と、九を一つ足す段数を出した。

純度	最少段数	九を一つ足す段数
0.9	10.838045	——
0.99	22.665920	11.827875
0.999	34.068306	11.402386
0.9999	45.430495	11.362189
0.99999	56.788687	11.358191
0.999999	68.146478	11.357792

観察 2.2

純度の九が増えるほど段数は増えるが、九一つの値段は減っていく。11.827875 から 11.357792 まで単調に減る——高い純度ほど一つの九が高くつく、という読みは外れる。

観察 2.3

これが本稿の芯である。九一つの値段は一定に近づき、純度に依らない。行き着く先は $2\ln 10/\ln\alpha = 11.357747$ 段で、最後の増分との差は 4.439×10^{-5} である——「一定」は漸近的にだけ成り立ち、低い純度では 0.99 から 0.999 への一つが少し高い。

観察 2.4

だから 100 % には、無限の段が要る。九一つに約 11.357747 段を払い続けても、九の数は有限にしか増えない——純度は段数に比例して九を増やすが、九が尽きることは無い。

3. 値段は、相対揮発度だけで決まる

計算 3.1：相対揮発度を四つにして、九一つの行き着く先の段数と、純度 0.99 の最少段数を出した。

相対揮発度	九一つあたり	純度 0.99 に
1.05	94.387266	188.362549
1.50	11.357747	22.665920
2.00	6.643856	13.258713
5.00	2.861353	5.710217

> **観察 3.2**
>
> 九一つの値段は、相対揮発度だけで決まる。1.05 で 94.387266 段、5.00 で 2.861353 段——沸点の近い混合物ほど、一つの九が桁で高くなる。

計算 3.3：平衡の段を一段ずつ上り、塔底 0.01 から塔頂 0.99 に届く段数を数えた。

> **観察 3.4**
>
> 一段ずつ上ると 23 段で、最後の段で 0.991256 になった。連続の値 22.665920 の切り上げに一致する——式の値は、オッズを段ごとに掛けていく計算と同じものを数えている。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、数えているのが純度そのものか、純度の九の数（不純物の対数）かである。純度で見れば 0.999 から 0.9999 は小さな一歩に見え、九の数で見れば同じ 11.362189 段の一歩である——「純度を上げるほど段が要る」は、どちらで数えるかを言うまで、どれだけ要るかが決まらない。

> **観察 4.2**
>
> 論文294 と並べる。294 は、段を足しても分離度は長さの平方根でしか良くならず、その源は分散が足されることだと示した——ここでは段ごとにオッズが相対揮発度倍になり、純度の九の数が段数に比例する。足されるのが分散か、掛けられるのがオッズかで、段の働き方が違う。

> **観察 4.3**
>
> 言わないこと。還流比も段効率も供給位置も非理想性も扱わず、クロマトグラフィーの純度も計算していない——示したのは、九一つの値段が一定に近づき、相対揮発度だけで決まることである。

5. 点呼と結び

1. 純度 0.99 に **22.665920** 段（計算 2.1）：相対揮発度 1.50。
2. 0.9999 に **45.430495** 段（計算 2.1）：九が増えると増える。
3. 九一つ **11.827875** 段（計算 2.1）：最初の一つ。
4. **11.357792** 段（計算 2.1）：減っていく。
5. 行き着く先 **11.357747**（観察 2.3）：本稿の芯。
6. 1.05 で **94.387266** 段（計算 3.1）：沸点が近い。
7. 5.00 で **2.861353** 段（計算 3.1）：沸点が遠い。
8. 2.00 で **6.643856** 段（計算 3.1）：中ほど。
9. 一段ずつ **23** 段（観察 3.4）：切り上げに一致。
10. 純度か、九の数か（観察 4.1）：分離子・論文294。

結び：蒸留で純度の九を一つ足す段数は、純度に依らず一定に近づき、相対揮発度だけで決まる。全還流で相対揮発度 1.50 なら、純度 0.99 に 22.665920 段、0.9999 に 45.430495 段と、九が増えるほど段数は増える——けれど九を一つ足す段数は 11.827875 から 11.357792 へ単調に減る。その行き着く先は $2\ln 10/\ln\alpha = 11.357747$ 段で、純度に依らず、相対揮発度 1.05 なら 94.387266 段、5.00 なら 2.861353 段と、相対揮発度だけで決まる——高い純度ほど一つの九が高くつくのではなく、一つの九はいつもほぼ同じ値段で、100 % には無限の段が要る。一段ずつ上ると塔底 0.01 から塔頂 0.99 に 23 段で、連続の値の切り上げに一致した。分離子は、数えているのが純度そのものか、純度の九の数かである。既刊との位置——論文294 では分散が足されて分離度が平方根で伸びた。ここではオッズが掛けられて九の数が段数に比例する。正直に言えば——全還流の最少段数だけを見て、還流比も段効率も非理想性も扱っていない。

参考文献

1. Fenske, M. R. (1932). Fractionation of straight-run Pennsylvania gasoline. *Industrial and Engineering Chemistry*.
2. McCabe, W. L., Smith, J. C., & Harriott, P. (2005). *Unit Operations of Chemical Engineering* (7th ed.). McGraw-Hill.
3. 山岸勇輝 (2026). 『分離は、長さの平方根でしか良くならない』[論文294]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171603

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)