最短の道が何本もあるとき、一本を選んでいるのは最適化ではなく、ずれの入れ方である

— 10×10 の格子で重さがすべて 1 なら、長さ 20 の最短経路は 184756 本 — 分離子は、重さが整数のように同点を許すか、実数のように同点が起きないか — [論文768]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

最短経路の計算は、一本の答を返す。けれど最短の道がいくつもあるとき、その一本を選んだのは計算ではない。同点の数と、同点を崩すずれが選ぶ道の種類を数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、格子では最短の道が数えきれないほどある——10×10 で長さ 20 の道が 184756 本、どれも同じ長さ（第2節）。 第二に、小さなずれを足すと、最短は一本に決まる——重さに 10^{-9} の乱数を足すと、1000 回とも最短は 1 本（第2節）。 第三に、これが本稿の芯である。決まった一本は、ずれの入れ方で毎回変わる——1000 通りの足し方で選ばれた経路は 998 種類（第2節）。 第四に、規則の違いは、道を丸ごと変える——「右を先に」と「上を先に」の経路が共有する辺は 0 本（第3節）。 第五に、同点は整数の重さで起き、実数の重さでは起きない——$\{1,2\}$ の重さで最短が複数ある割合 0.973000、$[1,2]$ の実数で 0.000000（第3節）。 第六に、分離子は、重さが整数のように同点を許すか、実数のように同点が起きないかである——「最適解を求めた」は、同点があるかを言うまで、その一本に意味があるかが決まらない（第4節）。 キーワード：最短経路、経路の非一意性、同点の崩し方、二項係数、摂動、格子の経路。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——格子の単調な経路の数が二項係数であること、最短経路を動的計画法で求めること、小さな摂動で同点を崩すことは、いずれも既知である（ダイクストラ 1959、コルメンほか 2009）。格子に限る——右と上にだけ進む格子の経路を見て、一般のグラフは扱わない。実装を扱わない——実在の地図や経路探索の仕組みは扱わない。ずれを一つに置く——ずれは $[0, 10^{-9}]$ の一様乱数と置く。選び方を勧めない——どの規則で同点を崩すべきかは述べない。既刊との関係：論文340 は、最短の道が、航海者が舵を切る道ではないことを示した——そこでは方位を一定に保つという規準が、最短でない道を選ばせた。ここでは最短の道が 184756 本並び、どれを選ぶかを最適化は決めず、ずれの入れ方が決める。最短を捨てる規準と、最短の中から選ぶ規準になる。加えたのは、最短の道の本数を数え直したこと、10^{-9} のずれを 1000 通り入れて 998 種類の道が選ばれることを示したこと、二つの規則の道が辺を共有しないことを示したこと、整数と実数の重さで同点の割合を並べたこと、分離子を「同点を許す重さか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：10×10 の格子を、左下から右上へ、右か上にだけ進む。辺に重さを置き、重さの和が最小の道を最短経路とする。重さがすべて 1 なら、どの道も長さは 20 で、その本数は次になる。

$$N = \binom{20}{10}, \qquad P(\text{中心を通る}) = \frac{\binom{10}{5}^2}{\binom{20}{10}}$$

最短経路の本数は動的計画法で、同点を足し合わせて数える。

問い：最短経路の計算が返す一本は、何が選んだのか。

2. 同点を崩すずれが、一本を選ぶ

計算 2.1：重さがすべて 1 の格子で最短経路を数え、次に重さへ 10^{-9} の乱数を足して 1000 回解いた。

量	値
最短の長さ	20
最短経路の本数	184756
ずれを足したとき最短がいつも 1 本か	はい（1000 回とも）
選ばれた経路の種類	998

観察 2.2

格子では最短の道が **184756** 本あり、どれも長さ **20** である。動的計画法で数えた本数は二項係数と一致した——最適は一つの点ではなく、大きな集まりである。

観察 2.3

これが本稿の芯である。ずれを足すと最短は一本に決まるが、その一本はずれの入れ方で毎回変わる。**1000** 通りの足し方で、選ばれた経路は **998** 種類だった——「唯一の最適解」を選んでいるのは費用ではなく、10^{-9} のずれである。

3. 規則と重さの種類

計算 3.1：同点を崩す二つの規則の道を比べ、最短経路を一様に選んだとき中心を通る確率を式と試行で出し、重さを整数と実数で選んだときの同点の割合を **1000** 通りで数えた。

量	値
「右を先に」と「上を先に」が共有する辺	**0** 本
中心を通る確率（式）	**0.343718**
中心を通る確率（試行 **40000** 本）	**0.345175**
重さ $\{1, 2\}$ で最短が複数ある割合	**0.973000**
重さ $[1, 2]$ の実数で最短が複数ある割合	**0.000000**

観察 3.2

規則の違いは、道を丸ごと変える。「右を先に」と「上を先に」は、同じ長さ **20** の道を選びながら、辺を一本も共有しない——同点の崩し方は細部ではなく、答の全体を決める。

観察 3.3

一様に選べば、道は格子の中ほどに集まる。中心を通る確率は式で **0.343718**、試行で **0.345175** である——選び方を変えれば、どこを通るかの分布も変わる。

観察 3.4

同点は整数の重さで起き、実数の重さでは起きない。重さを $\{1, 2\}$ で選ぶと最短が複数ある割合は **0.973000**、$[1, 2]$ の実数で選ぶと **0.000000** である——距離や費用を整数で丸めた途端、同点はほとんどいつも起きる。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、重さが整数のように同点を許すか、実数のように同点が起きないかである。同点を許すなら、最適化が返す一本は、ずれや規則が選んだ一本である——「最適解を求めた」は、同点があるかを言うまで、その一本に意味があるかが決まらない。

観察 4.2

論文**340** と並べる。**340** は、方位を一定に保つという規準が、最短でない道を選ばせることを示した——そこでは規準が最短を捨てさせた。ここでは最短の中から、ずれが一本を選ぶ。

観察 4.3

言わないこと。一般のグラフも、実在の地図も、どの規則で崩すべきかも扱わない——示したのは、同点がある最適化では、選んでいるのが費用ではないことである。

5. 点呼と結び

1. 最短経路 **184756** 本（計算 2.1）：長さはどれも **20**。

2. ずれで **1** 本（計算 2.1）：**1000** 回とも。
3. **選ばれた 998 種類**（観察 2.3）：本稿の芯。
4. **共有する辺 0 本**（観察 3.2）：規則が道を丸ごと変える。
5. **中心を通る 0.343718**（計算 3.1）：式。
6. **試行 0.345175**（計算 3.1）：式に乗る。
7. **整数の重さで 0.973000**（観察 3.4）：同点がほとんどいつも。
8. **実数の重さで 0.000000**（観察 3.4）：同点が起きない。
9. 10^{-9} のずれ（観察 2.3）：費用ではなく選ぶもの。
10. **同点を許すか**（観察 4.1）：**分離子・論文340**。

結び：最短の道が何本もあるとき、一本を選んでいるのは最適化ではなく、ずれの入れ方である。10×10 の格子で重さがすべて 1 なら、長さ 20 の最短経路は 184756 本ある——最適は一つの点ではなく、大きな集まりである。重さに 10^{-9} の乱数を足すと最短はいつも 1 本に決まるが、1000 通りの足し方で選ばれた経路は 998 種類で、「右を先に」と「上を先に」の道は辺を 0 本しか共有しない——「唯一の最適解」を選んでいるのは費用ではなく、ずれと規則である。重さを $\{1, 2\}$ の整数で選ぶと最短が複数ある割合は 0.973000、実数なら 0.000000 で、丸めた途端に同点はほとんどいつも起きる。分離子は、重さが整数のように同点を許すか、実数のように同点が起きないかである——「最適解を求めた」は、同点があるかを言うまで、その一本に意味があるかが決まらない。既刊との位置——論文340 は規準が最短を捨てさせることを示した。ここは最短の中からずれが選ぶことを数えた。正直に言えば——格子の単調な経路に限り、一般のグラフも実在の地図も扱っていない。

参考文献

1. Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction to Algorithms* (3rd ed.). MIT Press.
2. Dijkstra, E. W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*.
3. 山岸勇輝 (2026). 『最短の道は、航海者が舵を切る道ではない』[論文340]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22682089

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)