回転が安定な軸は、エネルギーが保たれれば二本、逃げれば一本である

— エネルギーが保たれれば中間の軸のずれだけが毎秒 **7.658331** の速さで育つが、角運動量の大きさを保ってエネルギーを逃がすと、最小の軸から始めても最大の軸に落ち着く — 分離子は、角運動量の大きさを保ったままエネルギーが逃げるかどうか — [論文778]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

回るものの安定を問うとき、軸は三本ある。力の働かない剛体では、慣性モーメントが最小の軸と最大の軸のまわりの回転は安定で、中間の軸だけが崩れる——これは既知である。そこに、角運動量の大きさを保ったままエネルギーだけが逃げる仕組みを足すと、安定な軸の本数がどう変わるかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、エネルギーが保たれるとき、安定な軸は二本ある——30 秒のうちの最大のずれは、最小の軸 0.000163、最大の軸 0.000142（第2節）。 第二に、中間の軸だけが崩れる——ずれは 1.259564 まで広がり、主な成分が 11 回反転する（第2節）。 第三に、崩れの速さは式どおりである——式 7.658331、数値 7.658647（毎秒）（第2節）。 第四に、これが本稿の芯である。エネルギーが逃げると、最小の軸は安定でなくなる——同じ始まりが 23.275 秒で境目 1.246455 を下回り、戻れなくなる（第3節）。 第五に、行き先は最大の軸である——最後の、最大の軸の成分の割合は 1.000000000（第3節）。 第六に、分離子は、角運動量の大きさを保ったままエネルギーが逃げるかどうかである——「長い辺のまわりの回転は安定である」は、エネルギーが逃げるかを言うまで真偽が決まらない（第4節）。 キーワード：中間軸定理、剛体の回転、オイラーの方程式、慣性モーメント、エネルギーの散逸、回転の安定。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない――オイラーの方程式、中間の軸だけが不安定になること（テニスラケットの定理、ジャニベコフ効果の名で知られる）、エネルギーが逃げると慣性モーメントが最大の軸に移ること（人工衛星エクスプローラー1号の姿勢の変化で知られた）は、いずれも既知である（ランダウ＆リフシッツ 1976、ゴールドスタインほか 2002）。散逸の形は模型である――角運動量の大きさを保ち、エネルギーだけを下げる最も簡単な項を一つ置いた。実在の物体の中で何がエネルギーを逃がすか（たわみ、液体の揺れ、摩擦）は扱わない。外力のトルクを入れない――重力も空気の抵抗も入れない。諸元は代表値である――質量 $0.2\ \mathrm{kg}$、$0.15 \times 0.075 \times 0.008\ \mathrm{m}$ の一様な板である。実在の衛星の姿勢を主張しない――どの機体がいつどう回ったかは扱わない。既刊との関係：論文586 は、独楽が立つか倒れるかが、回転の速さの程度ではなく一つの閾値で決まることを示した――その射程注記は摩擦を入れず、回転が落ちることは扱わないと明記していた。そこでは重力の下の独楽を摩擦なしで数えた。ここでは力の働かない剛体に散逸を入れ、安定な軸が二本から一本に減ることを数える。閾値の上か下かと、安定な軸の本数になる。加えたのは、三つの軸のずれ・反転の回数・揺れの周期・崩れの速さを、積分と式の二通りで照らしたこと、角運動量の大きさを保つ散逸を足し、最小の軸の始まりが境目を下回る時刻 23.275 秒を出したこと、行き先が最大の軸であること（1.000000000）を示したこと、分離子を「エネルギーが逃げるか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：主慣性モーメントを $I_1 < I_2 < I_3$ とし、角運動量 $\mathbf{L}$ と角速度 $\omega_i = L_i / I_i$ で書く。右辺の第二項が散逸で、$|\mathbf{L}|$ を保ち、エネルギー E だけを下げる。

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{L} \times \vec{\omega} + \frac{\gamma}{|\mathbf{L}|}\, \mathbf{L} \times \big(\mathbf{L} \times \vec{\omega}\big), \qquad \frac{d}{dt}|\mathbf{L}|^2 = 0, \qquad \dot{E} = -\frac{\gamma}{|\mathbf{L}|}\big(|\mathbf{L}|^2 |\vec{\omega}|^2 - (\mathbf{L}\cdot\vec{\omega})^2\big) \le 0$$

$\gamma = 0$ ならオイラーの方程式そのものである。エネルギーは $|\mathbf{L}|^2/(2I_3)$（最小）と $|\mathbf{L}|^2/(2I_1)$（最大）のあいだにあり、$|\mathbf{L}|^2/(2I_2)$ が境目になる。

問い：板を三つの軸のまわりに回したとき、安定な軸は何本あるか。エネルギーが逃げると、それは変わるか。

2. エネルギーが保たれるとき

計算 2.1：質量 $0.2\ \mathrm{kg}$、$0.15 \times 0.075 \times 0.008\ \mathrm{m}$ の板（$I_1 = 9.481667 \times 10^{-5}$、$I_2 = 3.760667 \times 10^{-4}$、$I_3 = 4.687500 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg\,m^2}$）を、各軸のまわりに毎秒 $10\ \mathrm{rad}$ で回し、ほかの二成分に $0.001\ \mathrm{rad/s}$ のずれを入れて 30 秒積分した。ずれは角速度のほかの成分の大きさを $10\ \mathrm{rad/s}$ で割ったもの。

軸	最大のずれ	主な成分の反転	揺れの周期（式・数値）
最小（長い辺のまわり）	**0.000163**	**0** 回	**0.813466** 秒・**0.813466** 秒
中間	**1.259564**	**11** 回	—
最大（面に垂直）	**0.000142**	**0** 回	**0.637319** 秒・**0.637319** 秒

> **観察 2.2**
>
> エネルギーが保たれるとき、安定な軸は二本ある。最小の軸と最大の軸のずれは **0.000163** と **0.000142** で、入れたずれと同じ桁にとどまる。揺れの周期は式と相対差 1.617×10^{-9} で一致した——ずれは育たず、その場で揺れるだけである。

> **観察 2.3**
>
> 中間の軸だけが崩れる。ずれは **1.259564** まで広がり、主な成分は **1.550475** 秒で最初に反転し、平均 **2.825624** 秒ごとに **11** 回反転した。ずれの育つ速さは次の式で、**7.658331** /秒、数値の傾きは **7.658647** /秒（相対差 4.134×10^{-5}）である。

$$\lambda = \omega \sqrt{\frac{(I_3 - I_2)(I_2 - I_1)}{I_1 I_3}}$$

根号の中が正になるのは、真ん中の軸だけである。

3. エネルギーが逃げるとき

計算 **3.1**：$\gamma = 0.05$ として、最小の軸のまわりの同じ始まりから **150** 秒積分した。はじめのエネルギーは最小の **4.943750** 倍（$I_3/I_1 = 4.943751$）、境目は最小の **1.246455** 倍である。

時刻	最小の軸の成分の割合	最大の軸の成分の割合	エネルギー／最小
25 秒	0.144174	0.688450	1.206497
50 秒	0.000996	0.999997	1.000005
75 秒	0.000006	1.000000	1.000000
150 秒	0.000000	1.000000	1.000000

> **観察 3.2**
>
> これが本稿の芯である。エネルギーが逃げると、最小の軸は安定でなくなる。散逸なしではずれ 0.000163 にとどまった同じ始まりが、エネルギーを失って 23.275 秒で境目 1.246455 を下回った——エネルギーは増えないので、一度境目を下回ると最小の軸には戻れない。

> **観察 3.3**
>
> 行き先は最大の軸である。50 秒で最大の軸の成分の割合は 0.999997、最後に 1.000000000 になった。角運動量の大きさのずれは 1.993×10^{-11}、一歩あたりのエネルギーの増えは最大でも 2.168×10^{-19} J で丸めの大きさである——同じ角運動量のもとでエネルギーが最も低いのが、最大の軸のまわりの回転だからである。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、角運動量の大きさを保ったままエネルギーが逃げるかどうかである。逃げなければ最小と最大の二本が安定で、逃げれば最大の一本だけが残る——「長い辺のまわりの回転は安定である」は、エネルギーが逃げるかを言うまで真偽が決まらない。

観察 4.2

論文586 と並べる。586 は、重力の下の独楽が一つの閾値の上でだけ立つことを、摩擦を入れずに示した——ここでは力の働かない剛体に摩擦に当たる散逸を入れ、安定の顔ぶれそのものが変わることを数えた。

観察 4.3

言わないこと。散逸の形は模型で、実在の物体で何がエネルギーを逃がすかも、実在の衛星の姿勢も扱わない——示したのは、安定な軸の本数がエネルギーの出入りで二本と一本に分かれることである。

5. 点呼と結び

1. 最小の軸のずれ **0.000163**（計算 2.1）：安定。
2. 最大の軸のずれ **0.000142**（計算 2.1）：安定。
3. 中間の軸のずれ **1.259564**（観察 2.3）：崩れる。
4. 反転 11 回・間隔 **2.825624** 秒（観察 2.3）：繰り返し返る。
5. 育つ速さ **7.658331** と **7.658647**（観察 2.3）：式どおり。
6. 揺れの周期 **0.813466**・**0.637319** 秒（計算 2.1）：式と一致。
7. 境目 **1.246455** を 23.275 秒で下回る（観察 3.2）：本稿の芯。
8. 最大の軸の成分の割合 **1.000000000**（観察 3.3）：行き先。
9. はじめのエネルギー **4.943750** 倍（計算 3.1）：最小の軸の始まり。
10. エネルギーが逃げるか（観察 4.1）：分離子・論文586。

結び：回転が安定な軸は、エネルギーが保たれれば二本、逃げれば一本である。力の働かない板を毎秒 10 rad で回すと、30 秒のうちの最大のずれは最小の軸 0.000163、最大の軸 0.000142 にとどまり、中間の軸だけが 1.259564 まで崩れて 11 回反転する——崩れの速さは式 7.658331 と数値 7.658647 で一致し、揺れの周期も式と一致する。角運動量の大きさを保ったままエネルギーだけを逃がすと、最小の軸の同じ始まりが 23.275 秒で境目 1.246455 を下回り、戻れなくなって、最大の軸の成分の割合 1.000000000 に落ち着く——同じ角運動量でエネルギーが最も低いのが最大の軸だからである。分離子は、角運動量の大きさを保ったままエネルギーが逃げるかどうかである。既刊との位置——論文586 は重力の下の独楽を摩擦なしで数えた。ここは力の働かない剛体に散逸を入れ、安定な軸の本数が変わることを数えた。正直に言えば——散逸の形は模型で、実在の物体の中の仕組みも衛星の姿勢も扱っていない。

参考文献

1. Goldstein, H., Poole, C., & Safko, J. (2002). *Classical Mechanics* (3rd ed.). Addison-Wesley.
2. Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1976). *Mechanics* (3rd ed.). Pergamon Press.
3. 山岸勇輝 (2026). 『独楽が立つか倒れるかは、回転の速さの程度ではなく、一つの閾値で決まる』[論文586]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014370

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)