ロシュ限界は一つの距離ではなく、衛星が何で形を保つかで二倍ちがう

— 惑星の半径に密度の比の三乗根を掛けた長さで、潮汐だけに耐える固体の限界は **1.259921**、流体の限界は **2.455** で、**1.948535** 倍ひらく — 分離子は、衛星が形を保つのが流体の自己重力か、固体の自己重力か、材料の強さか — [論文784]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

惑星に近づきすぎた衛星は潮汐で引き裂かれる。その距離はロシュ限界と呼ばれ、一つの値のように語られる。同じ名前のもとに、衛星が形を保つ仕組みの違いでいくつの距離があるかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、固体でも、限界は二つある——潮汐だけに耐える固体で 1.259921、同期回転する固体で 1.442250（惑星半径×密度比の三乗根を単位に）（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。流体なら、限界は二倍ほど遠い——流体の 2.455 は潮汐だけの固体の 1.948535 倍（第2節）。 第三に、土星の環は、流体の限界の縁にある——氷（密度 917）の流体の限界は 2.229704 土星半径、A 環の外縁は 2.269446、すかすかの粒（500）なら限界は 2.729274（第3節）。 第四に、小さな衛星には、この限界が当てはまらない——環の中のパン（2.216500）の自己重力の圧力は 4446.543499 Pa で、氷の強さの 4.446543×10^{-3} 倍（第3節）。 第五に、閉じた式は、衛星が小さいときの近似である——半径 1 km の衛星では相対差 5.273×10^{-5}、月ほど大きいと 1.633126 倍（式は 1.488482）（第2節）。 第六に、分離子は、衛星が形を保つのが流体の自己重力か、固体の自己重力か、材料の強さかである——「ロシュ限界の内側では衛星は壊れる」は、衛星が何で形を保つかを言うまで真偽が決まらない（第4節）。 キーワード：ロシュ限界、潮汐力、自己重力、土星の環、材料の強さ、衛星。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——潮汐と自己重力の釣り合いで衛星が壊れる距離を決めること（ロシュ）、流体の衛星の係数 **2.455**（チャンドラセカール）、固体の係数、小さな天体が材料の強さで形を保つことは、いずれも既知である（チャンドラセカール **1969**、マレー＆ダーモット **1999**）。流体の係数を導かない——**2.455** は入力として使い、平衡形の計算には立ち入らない。環の起源を扱わない——環がどうできたか、なぜその位置にあるかは述べない。値は代表値である——地球 **5514**・月 **3344**・土星 **687**・氷 **917**・すかすかの粒 **500 kg/m^3**、氷の強さ **10^6 Pa**、パンの半径 **14.1 km** と密度 **400 kg/m^3** は比べるための値で、実測は主張しない。強さの見積もりは中心の圧力だけで比べる——割れ方や内部の構造は扱わない。既刊との関係：論文**505** は、「勢力圏」が三つあり、質量比を **1000** 分の **1** にすると別々に縮むことを示した——その射程注記は、三つ以外を数えておらず、ロッシュ限界や重力捕獲の半径は入れていないと明記していた。そこでは何と釣り合わせるかで勢力圏が三つに分かれた。ここでは同じ「ロシュ限界」が、衛星が何で形を保つかで三つに分かれることを数える。加えたのは、三つの係数を並べ、流体と固体が **1.948535** 倍ひらくことを示したこと、正確な釣り合いを二分法で解き、小さな衛星で閉じた式に戻り、大きな衛星でずれることを確かめたこと、土星の環と小衛星の位置を三つの限界と並べたこと、分離子を「何で形を保つか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：惑星の半径を R_p、密度を ρ_p、衛星の密度を ρ_s とする。衛星が壊れる距離 d は、衛星の保ち方ごとに係数 c だけが違う形になる。

$$d = c\,R_p\left(\frac{\rho_p}{\rho_s}\right)^{1/3}, \qquad c = \begin{cases} 2^{1/3} & \text{潮汐だけに耐える固体} \\ 3^{1/3} & \text{同期回転する固体} \\ 2.455 & \text{流体} \end{cases}$$

固体の係数は、衛星の表面で潮汐（と遠心力）が自己重力に並ぶ条件から出る。衛星が小さいときの近似で、正確な釣り合いは次の式を解く（m_s は衛星の質量、R_s は半径）。

$$GM_p\left[\frac{1}{(d-R_s)^2}-\frac{1}{d^2}\right]=\frac{Gm_s}{R_s^2}$$

問い：衛星が潮汐で壊れる距離は、一つに決まるか。

2. 三つの係数

計算 **2.1**：三つの係数で、地球と月・土星と氷・土星とすかすかの氷の粒の限界を出した。

組	潮汐だけの固体	同期回転の固体	流体
地球と月（3344）	1.488482	1.703886	2.900358
土星と氷（917）	1.144298	1.309894	2.229704
土星とすかすかの粒（500）	1.400680	1.603378	2.729274

単位は惑星の半径。流体／潮汐だけの固体 = 1.948535、流体／同期回転の固体 = 1.702202。

計算 2.2：正確な釣り合いを二分法で解き、閉じた式と比べた。

組・保ち方	閉じた式	半径 1 km の衛星	半径 1737 km の衛星
地球と月・潮汐だけ	1.488482	1.488560	1.633126
地球と月・同期	1.703886	1.703939	1.804870
土星と氷・潮汐だけ	1.144298	1.144306	1.158833
土星と氷・同期	1.309894	1.309900	1.319645

> **観察 2.3**
>
> 固体でも、限界は二つある。潮汐だけを見るか、同期回転の遠心力も入れるかで、係数は 1.259921 と 1.442250 に分かれる——同じ「固体の限界」でも、何を力に数えるかで、係数の比 1.442250/1.259921 だけ動く。

> **観察 2.4**
>
> これが本稿の芯である。流体なら、限界は二倍ほど遠い。流体の係数 2.455 は潮汐だけの固体の 1.948535 倍である——形を変えて潮汐に伸ばされる流体は、固さで抵抗できないので、ずっと遠くで壊れる。

観察 2.5

閉じた式は、衛星が小さいときの近似である。半径 **1 km** の衛星では正確な釣り合いと相対差 5.273×10^{-5} で一致するが、月ほどの大きさでは **1.633126** 倍になり、式の **1.488482** からずれる。

3. 土星の環と小衛星

計算 **3.1**：土星の半径を単位に、環と衛星の位置を三つの限界と並べ、小衛星の自己重力の中心の圧力を氷の強さと比べた。

量	値
A 環の外縁	**2.269446** 土星半径
パン（環の中の小衛星）	**2.216500** 土星半径
ミマス	**3.078566** 土星半径
パンの自己重力の中心の圧力	**4446.543499** Pa
氷の強さ（代表値）	10^{6} Pa
自己重力の圧力が強さに並ぶ半径	**92.235583** km

観察 3.2

土星の環は、流体の限界の縁にある。**A** 環の外縁 **2.269446** は、氷 **917** の流体の限界 **2.229704** のわずかに外にあり、すかすかの粒 **500** の限界 **2.729274** の内にある。ミマス **3.078566** はどの限界より外である——環の縁が限界の内か外かは、粒の詰まり方しだいで入れ替わる。

観察 3.3

小さな衛星には、この限界が当てはまらない。パンは氷の流体の限界の内側 **2.216500** にあるが、自己重力の中心の圧力は **4446.543499 Pa** で、氷の強さの 4.446543×10^{-3} 倍しかない。自己重力の圧力が強さに並ぶのは半径 **92.235583 km** からである——それより小さな衛星は、自己重力ではなく材料の強さで形を保つ。

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> 分離子は、衛星が形を保つのが流体の自己重力か、固体の自己重力か、材料の強さかである。流体なら係数 **2.455**、固体なら **1.259921** か **1.442250**、材料の強さで保つ小さな衛星には限界そのものが効かない——「ロシュ限界の内側では衛星は壊れる」は、衛星が何で形を保つかを言うまで真偽が決まらない。

> **観察 4.2**
>
> 論文505 と並べる。505 は、同じ「勢力圏」が、惑星の重力を何と釣り合わせるかで三つに分かれることを示し、ロッシュ限界は入れていなかった——ここでは衛星の側の保ち方で、同じ「ロシュ限界」が三つに分かれることを数えた。

> **観察 4.3**
>
> 言わないこと。流体の係数の導出も、環の起源も、実在の衛星の密度や強さの実測も扱わない——示したのは、一つの名前のもとに、保ち方の数だけ距離があることである。

5. 点呼と結び

1. 潮汐だけの固体 **1.259921**（計算 2.1）：一つ目の限界。
2. 同期回転の固体 **1.442250**（観察 2.3）：二つ目の限界。
3. 流体 **2.455**・比 **1.948535**（観察 2.4）：本稿の芯。
4. 月ほど大きいと **1.633126**（観察 2.5）：式は小さい衛星の近似。
5. 氷の流体の限界 **2.229704**（計算 2.1）：土星の側。
6. A 環の外縁 **2.269446**（観察 3.2）：限界の縁。
7. すかすかの粒の限界 **2.729274**（観察 3.2）：詰まり方で入れ替わる。
8. パンの圧力 **4446.543499 Pa**（観察 3.3）：強さの $\mathbf{4.446543 \times 10^{-3}}$ 倍。
9. 並ぶ半径 **92.235583 km**（観察 3.3）：強さの世界の境。
10. 何で形を保つか（観察 4.1）：分離子・論文505。

結び：ロシュ限界は一つの距離ではなく、衛星が何で形を保つかで二倍ちがう。惑星の半径に密度の比の三乗根を掛けた長さを単位にすると、潮汐だけに耐える固体の限界は **1.259921**、同期回転する固体は **1.442250**、流体は **2.455** で、流体と固体は **1.948535** 倍ひらく——閉じた式は小さな衛星の近似で、月ほど大きいと正確な釣り合いは **1.633126** 倍になる。土星の氷の流体の限界は **2.229704** 土星半径で、**A** 環の外縁 **2.269446** はそのわずかに外、すかすかの粒なら内になる。環の中の小衛星パン **2.216500** の自己重力の中心の圧力は **4446.543499 Pa** で氷の強さの $\mathbf{4.446543 \times 10^{-3}}$ 倍しかなく、半径 **92.235583 km** より小さな衛星は強さで形を保つ——限界が効くのは、自己重力で形を保つ衛星だけである。分離子は、衛星が形を保つのが流体の自己重力か、固体の自己重力か、材料の強さかである。既刊との位置——論文**505** は勢力圏が釣り合わせる相手で三つに分かれることを数えた。ここはロシュ限界が衛星の保ち方で三つに分かれることを数えた。正直に言えば——流体の係数は入力で、環の起源も実在の衛星の強さも扱っていない。

参考文献

1. Chandrasekhar, S. (1969). *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*. Yale University Press.
2. Murray, C. D., & Dermott, S. F. (1999). *Solar System Dynamics*. Cambridge University Press.
3. 山岸勇輝 (2026). 『「勢力圏」は三つあり、質量比を **1000** 分の **1** にすると別々に縮む』[論文505]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22861782

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)