

保存則は対称性の影である — Noether の定理を位相空間 T^*M の上で読む：なぜ「保存する」のか — [論文80]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

位相空間三部作（論文76＝ヒンジ (T^*M, ω, H) 、77＝リューヴィル、78＝摩擦）は「舞台」と「その上の可逆な流れ」を据えた。論文79は逆二乗力に固有の"余分な保存量"（LRLベクトル）が隠れた対称性 $SO(4)$ を生む、という一例を示した。本稿は、その一例の背後にある一般原理——Noether の定理（1918）——を位相空間 T^*M の上で読む。主張は古典力学で最も美しい一文に尽きる：あらゆる連続対称性には、対応する保存量がちょうど一つある。 (T^*M, ω) の言葉では、関数 G が生成する流れ $(\iota_{X_G}\omega = dG)$ が H を不変に保つこと（対称性）と、 G 自身が保存すること（保存則）は、ポアソン括弧 $\{G, H\} = 0$ という一つの等式の表裏である。この対称性 $\leftrightarrow$ 保存量の辞書は、時間並進 $\rightarrow$ エネルギー、空間並進 $\rightarrow$ 運動量、回転 $\rightarrow$ 角運動量、と読める（運動量写像）。論文79の $\mathbf{L}$ ($SO(3)$) と LRL ベクトル $\mathbf{A}$ （隠れた $SO(4)$ ）は、まさにこの運動量写像であり——「余分な保存量」とは「余分な対称性」の別名である。本稿は79の具体を80の一般則で位置づける。規律：Noether の定理は借り物の標準的事実であり、本稿は新しい数学も新しい予言も生まない。「なぜ宇宙にその対称性があるのか」は説明しない——Noether は「対称性から保存則が出る」を語るだけで、対称性の起源は語らない（膨張宇宙では時間並進対称性が一般に崩れ、大域的エネルギー保存が微妙になることが、その逆の実例である）。異なる保存量 $(E, \mathbf{p}, \mathbf{L}, \mathbf{A})$ は「どれも保存する」という値を共有しても出自の異なる別量であり融合しない（別根、論文58/48）。本稿は構造的解釈にとどまる。

本稿の位置づけ：本稿は確立された物理法則・定理の構造的解釈である。新しい物理法則の発見も、未解決問題の解決も主張しない。用いる Noether の定理・シンプレクティック力学・運動量写像はすべて標準的な確立された結果であり、本稿はそれらに新たな定理を加えない。「宇宙OS」等の語は解釈のためのレンズ・比喩であって検証可能な主張ではないことを、あらかじめ明示する。

1. 序：三部作の"次の礎"へ、そして79の背後へ

位相空間三部作は、 (T^*M, ω) という舞台（論文76）と、その上のリューヴィル流（77）、そして摩擦という粗視化（78）を据えた。本稿はその舞台の上に立つ、古典力学で最も基礎的な問いに答える——なぜ物理量は「保存する」のか。

この問いは、論文79の背後にも直結する。79は「逆二乗に固有の余分な保存量（LRLベクトル）が隠れた $SO(4)$ を生む」という一つの具体例を示した。その具体を貫く一般原理が、Emmy Noether の定理である：保存則は、対称性の影である。

2. Noether の定理（作用の言葉）

標準的事実（Noether の第一定理, 1918）

作用 $S = \int L(q, \dot{q}, t) dt$ が、連続変換 $q \rightarrow q + \epsilon K(q)$ のもとで（境界項を除いて）不変であるとき、対応する量

$$Q = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \cdot K$$

は運動に沿って保存する（ $dQ/dt = 0$ ）。連続対称性の一つ一つに、保存量がちょうど一つ対応する。

これは"暗記せよ"と言われる保存則たちに、統一した理由を与える。エネルギー・運動量・角運動量が保存するのは、宇宙が（それぞれ）時間・空間・向きについて対称だからである。

3. 位相空間 T^*M の上で：対称性と保存量は一つの等式の表裏

論文76の舞台 (T^*M, ω) に移すと、この定理はさらに透明になる。任意の関数 $G : T^*M \rightarrow \mathbb{R}$ は、 $\iota_{X_G} \omega = dG$ によってハミルトン流 X_G を生成する（ G は"その対称性の生成子"）。

標準的事実 (Noether のハミルトン版)

関数 G とハミルトニアン H に対し、次はすべて同値である：

$$\{G, H\} = 0 \iff G \text{ は } H \text{ の流れに沿って保存} \iff H \text{ は } G \text{ の流れ (対称性) で不変.}$$

ポアソン括弧 $\{G, H\}$ は G, H について反対称だから、「 G が H の対称性を生成する」と「 H が G を保存する」は、文字どおり同一の等式の二つの読み方である。連続対称性の群に対しては、保存量をまとめて与える写像を運動量写像と呼ぶ。

対称性と保存量は、別々の二つの事実ではない。 (T^*M, ω) の上では、それらは $\{G, H\} = 0$ という一枚の板の表と裏である。

4. 対称性↔保存量の辞書

連続対称性	生成子 G	保存量
時間並進 ($t \rightarrow t + a$)	ハミルトニアン H	エネルギー
空間並進 ($\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x} + \mathbf{a}$)	運動量 $\mathbf{p}$	運動量
回転 (向きの回転)	角運動量 $\mathbf{L}$	角運動量
ガリレイ・ブースト	$m\mathbf{x} - \mathbf{p}t$	質量中心の一様運動

"暗記"だった保存則が、一つの原理の各行になる。どれも「宇宙OS (レンズ) の更新規則が、ある変換で見た目を変えない」ことの帳簿上の帰結である。

5. 論文79との接続：「余分な保存量」 = 「余分な対称性」

観察 5.1 (79 は 80 の一例)

論文79で逆二乗力に現れた保存量たちは、まさにこの運動量写像である：角運動量 $\mathbf{L}$ は回転 $SO(3)$ の運動量写像、そしてLRLベクトル $\mathbf{A}$ は、隠れた $SO(4)$ の"余分な"生成子にほかならない。すなわち79の「 $1/r^2$ は余分な保存量を持つ」は、Noether を通せば「 $1/r^2$ は余分な対称性を持つ」と同義である。80 (一般原理) が79 (具体例) を上から説明する。

6. 別根の規律：保存量たちは、それぞれ別の対称性の影

Noether は「一つの対称性 → 一つの保存量」という一対一の対応を与える。ここに論文58・48の規律が自然に宿る。

観察 6.1（「保存する」は共通の値、対称性は別根）

エネルギー・運動量・角運動量・LRLベクトルは、いずれも「保存する」という値を共有する。だがそれぞれの出自（対応する対称性）は異なる：時間並進・空間並進・回転・隠れた $SO(4)$ 。「どれも保存するから同じ」ではない。Noether の一対一対応は、まさに別根規律の力学版である——保存量を、値が同じ（保存する）という理由で束ねてはならない。79の $SO(4)$ と $SU(3)$ （調和振動子）が別根であったのも、この一例である。

7. OSレンズ：帳簿が閉じるのは、更新規則が対称だから

体系のレンズ（比喻）で読むと——あくまでレンズであり検証可能な主張ではない——保存則とは、宇宙OSの更新規則（ハミルトン流）が、ある変換のもとで見た目を変えないことの帳簿上の帰結である。時間について対称なら「エネルギー」という残高が、空間について対称なら「運動量」という残高が、毎フレーム帳尻が合う。保存量とは、OSの不変性ごとに一つずつ発行される"閉じた台帳"である——ただし「OS」「台帳」は比喻であり、標準物理の内容（Noether の対応）を言い換えたものにすぎない。

8. 射程（何を示し、何を示さないか）

示すこと（記述的）：

- 連続対称性と保存量は一対一に対応する（Noether）。 (T^*M, ω) 上では $\{G, H\} = 0$ の表裏＝運動量写像（2-4節）。
- 論文79の $\mathbf{L}$ ・LRLベクトル $\mathbf{A}$ はこの運動量写像であり、「余分な保存量」＝「余分な対称性」（観察5.1）。80が79を上から説明する。
- 異なる保存量は異なる対称性の影であり、「保存する」という値の一致で束ねてはならない（観察6.1・別根58/48）。

示さないこと（禁欲）：

- 新しい数学ではない。Noether の定理・運動量写像はすべて標準的である。本稿は定理を加えない。

- 「なぜ宇宙にその対称性があるのか」は説明しない。Noether は「対称性から保存則」を語るだけで、対称性そのものの起源は語らない。実際、膨張宇宙では大域的な時間並進対称性が一般に崩れ、大域的エネルギー保存は微妙になる（一般相対論・宇宙論）——これは「対称性が無ければ保存則も無い」というNoether の逆の実例であり、本稿はそこを解かない（論文75の宇宙論的な矢と同じ未解決の縁）。
- 「万物は対称性から」とは主張しない。本稿は対称性 $\leftrightarrow$ 保存則の対応を位置づけるだけで、力学の全体を対称性に還元する主張ではない。
- 新しい予言をしない。本枠組みは標準的な解析力学と同じ観測結果を与える。ゆえに本稿は第2層（構造的解釈）にとどまる。「OS」「台帳」はレンズである。

9. 結論

「なぜ物理量は保存するのか」——その答えはNoetherの一文である：保存則は対称性の影である。位相空間 (T^*M, ω) の上では、対称性と保存量は $\{G, H\} = 0$ という一枚の板の表裏であり、時間・空間・向きの対称性が、エネルギー・運動量・角運動量として各行に並ぶ。論文79の"余分な保存量"（LRLベクトル）も、Noetherを通せば"余分な対称性"（隠れた $SO(4)$ ）にほかならず、80が79を上から包む。

ただし規律を忘れない：Noetherは対称性から保存則を導くが、その対称性がなぜあるのかは語らない。膨張宇宙で時間対称性が崩れれば大域的エネルギー保存も崩れる——保存則は絶対の教義ではなく、対称性という条件に懸かった影である。保存量たちは値（保存する）を共有しても、それぞれ別の対称性の影であって融合しない（別根）。本稿が示したのは、位相空間三部作の舞台の上に「保存」という古典力学の背骨を、正しく一本、置き直したことだけである。

参考文献

1. Noether, E. (1918). *Invariante Variationsprobleme*. Nachr. d. König. Gesellsch. d. Wiss. zu Göttingen, Math-phys. Klasse, 235–257.
2. Arnold, V. I. (1989). *Mathematical Methods of Classical Mechanics* (2nd ed.). Springer.
3. Abraham, R. and Marsden, J. E. (1978). *Foundations of Mechanics* (2nd ed.). Benjamin/Cummings.
4. Goldstein, H. (1980). *Classical Mechanics* (2nd ed.). Addison-Wesley.
5. Yamagishi, Y. (2026). *The Hidden Symmetry Unique to $n=2$ (Laplace–Runge–Lenz)* [論文79]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21732820
6. Yamagishi, Y. (2026). *A Covariant Symplectic Structure on Phase Space T^*M : The Hamiltonian Hinge* [論文76]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21722145.
7. Yamagishi, Y. (2026). *Liouville's Theorem and the Arrow of Time* [論文77]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21722473.
8. Yamagishi, Y. (2026). *Distinct-Roots Discipline for Numerical Coincidences* [論文48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)