天測の位置の誤差は、偶然なら交角を直角に、共通の偏りなら星で囲むと小さく、交角の効きは逆向き

— 高度の偶然の誤差には交角 90 度が 10 度より 5.758770 倍よく効くが、共通の偏りは交角が狭いほど小さく、三つの星を 120 度おきに選ぶと 0 になる — 分離子は、偶然の誤差か、全部の星に共通の偏りか — [論文807]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

星の高度を測ると、その星を中心とする円の上に自分がいることが分かり、近くでは一本の位置の線になる。二本以上の位置の線を交わらせて位置を出すとき、星をどう選べば位置の誤差が小さくなるかを、高度の偶然の誤差と、全部の星に共通の偏りに分けて数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、偶然の誤差は、交角が直角で最も小さい——二つの星の交角 90 度で 1.414214 分角、10 度で 8.144131 分角、比は 5.758770（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。共通の偏りは、交角が狭いほど小さい——偏り 2 分角の位置のずれは交角 90 度で 2.828427 分角、10 度で 2.007640 分角で、偶然の誤差と向きが逆（第3節）。 第三に、星で取り囲むと、共通の偏りは消える——三つの星を 120 度おき、四つの星を 90 度おきに選ぶと、偏りの位置のずれは 0（第4節）。 第四に、消えるのは、方位の単位ベクトルの和が 0 の配置だけである——三つの星を 0・45・90 度に選ぶと、和の長さ 2.414214 で、偏りのずれも 2.414214 分角残る（第4節）。 第五に、二つを合わせると、取り囲む配置が勝つ——偶然と偏りを合わせた誤差は、二つの星を直角に選んで 3.162278 分角、三つの星を 120 度おきで 1.154701 分角（2.138505 km）（第4節）。 第六に、分離子は、偶然の誤差か、全部の星に共通の偏りか——「星は直角に交わるように選べ」は、どちらの誤差を相手にしているかを言うまで正しいかどうかが決まらない（第5節）。 キーワード：天測、位置の線、交角、共通の偏り、最小二乗、星の配置。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——星の高度から位置の線を引くこと、位置の線を最小二乗で交わらせること、交角が位置の誤差を決めること、星を取り囲むように選ぶと共通の誤差が相殺されることは、いずれも既知である。平面で近似する——位置の線を直線とし、地球の曲率は入れない。誤差は二種類だけを置く——高度の偶然の誤差（星ごとに独立な正規分布）と、全部の星に同じだけ乗る偏りである。数は例である——偶然の誤差 1 分角、偏り 2 分角、乱数 20000 回は比べるための値である。偏りを未知数として解かない——位置の二つだけを最小二乗で出し、偏りを三つ目の未知数として同時に解く方法には入らない。既刊との関係：論文334 は、足しているのは値ではなく精度であることを示し、射程注記で「偏りを扱わない——各センサは不偏とする。系統誤差の合成は主題にしない」と明記した——本稿はその席に座る。位置の線を合わせるときに全部の星に乗る共通の偏りが、配置によってどう位置に届くかを数える。論文255 は、「精度」が二つあり較正で消えるのは一方だけであることを示した——そこでは偏りを消すのは較正だった。ここでは星の配置が、較正なしに偏りを消す。論文340 は、最短の道が航海者の舵を切る道ではないことを示し、射程注記で航法を教えないとした——本稿はその席の隣に置く。星の選び方の実際や、眼高差・大気差・視半径の補正の手順は教えない。加えたのは、偶然の誤差と共通の偏りが交角に逆向きに効くことを式と乱数で示したこと、偏りが消える配置が方位の単位ベクトルの和が 0 の配置と一致することを確かめたこと、二つを合わせた誤差を六つの配置で並べたこと、分離子を「偶然の誤差か、共通の偏りか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：方位 A_j の星の高度を δh_j だけ読み違えると、位置の線は星の向きに δh_j だけずれる。位置のずれ (x, y) を最小二乗で出す。

$$x\cos A_j + y\sin A_j = \delta h_j, \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (G^{\mathsf T}G)^{-1}G^{\mathsf T}\,\delta h, \qquad G = \begin{pmatrix} \cos A_1 & \sin A_1 \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

偶然の誤差 $\delta h_j \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ のとき位置の二乗平均は $\sigma\sqrt{\operatorname{tr}(G^{\mathsf T}G)^{-1}}$、共通の偏り $\delta h_j = b$ のとき位置のずれは $b(G^{\mathsf T}G)^{-1}G^{\mathsf T}\mathbf{1}$ である。

問い：位置の誤差を小さくする星の選び方は、誤差の種類で変わるか。

2. 偶然の誤差

計算 2.1：偶然の誤差 $\sigma = 1$ 分角として、配置ごとに位置の二乗平均を式と乱数（20000 回）で出した。

配置	式（分角）	乱数（分角）
二つの星・交角 90 度	1.414214	1.407629
二つの星・交角 30 度	2.828427	2.840193
二つの星・交角 10 度	8.144131	8.125672
三つの星・0/45/90 度	1.224745	1.222437
三つの星・120 度おき	1.154701	1.161214
四つの星・90 度おき	1.000000	1.001635

> **観察 2.2**
>
> 偶然の誤差は、交角が直角で最も小さい。二つの星では次の式で、交角 10 度は 90 度の 5.758770 倍（$1/\sin 10°$）になる——浅く交わる二本の線は、少しのずれで交点を大きく滑らせる。

二つの星：　$\sqrt{2}\,\sigma/\sin\theta$

3. 共通の偏り

計算 3.1：全部の星に同じ偏り $b = 2$ 分角を乗せ、位置のずれを出した。

交角	偶然の誤差の式 $\sqrt{2}\sigma/\sin\theta$	偏りのずれの式 $b/\cos(\theta/2)$
90 度	1.414214	2.828427
60 度	1.632993	2.309401
30 度	2.828427	2.070552
10 度	8.144131	2.007640

観察 3.2

これが本稿の芯である。共通の偏りは、交角が狭いほど小さい。偏りのずれは交角 90 度で 2.828427 分角（5.238247 km）、10 度で 2.007640 分角で、10 度と 90 度の比は 0.709808 である。偶然の誤差の比 5.758770 と向きが逆である——二本の線が同じ向きにずれると、交点は二本の二等分線に沿って動き、線が開くほど遠くへ動く。

4. 取り囲む配置

計算 4.1：三つと四つの星の配置で、偏りのずれと、方位の単位ベクトルの和の長さを並べ、偶然の誤差と合わせた誤差 $\sqrt{(\text{偶然})^2 + (\text{偏り})^2}$ を出した。

配置	偏りのずれ（分角）	単位ベクトルの和の長さ	合わせた誤差（分角・km）
二つの星・交角 90 度	2.828427	1.414214	3.162278・5.856538
二つの星・交角 30 度	2.070552	1.931852	3.505308・6.491831
二つの星・交角 10 度	2.007640	1.992389	8.387937・15.534460
三つの星・0/45/90 度	2.414214	2.414214	2.707107・5.013562
三つの星・120 度おき	0.000000	0.000000	1.154701・2.138505
四つの星・90 度おき	0.000000	0.000000	1.000000・1.852000

観察 4.2

星で取り囲むと、共通の偏りは消える。偏りのずれは $(G^{\mathsf{T}}G)^{-1}$ に方位の単位ベクトルの和 $G^{\mathsf{T}}\mathbf{1}$ を掛けたものなので、和が 0 の配置（三つの星を 120 度おき、四つの星を 90 度おき）でだけ 0 になる。六つの配置で、偏りが 0 になる配置と和の長さが 0 の配置は一致した——全部の星に同じだけ乗る偏りは、反対の向きの星どうしで打ち消し合う。

観察 4.3

二つを合わせると、取り囲む配置が勝つ。偏りがあると、二つの星を直角に選んだ **3.162278** 分角より、三つの星を 120 度おきに選んだ **1.154701** 分角が小さく、交角 10 度の二つの星は **8.387937** 分角になる——直角は偶然の誤差にだけ最良で、偏りのある相手には取り囲む配置が最良である。

5. 分離子

観察 5.1

分離子は、偶然の誤差か、全部の星に共通の偏りか。偶然の誤差は交角 90 度で最小で 10 度では **5.758770** 倍になり、共通の偏りは交角が狭いほど小さく 10 度で 90 度の **0.709808** 倍、取り囲めば 0 になる——「星は直角に交わるように選べ」は、どちらの誤差を相手にしているかを言うまで正しいかどうかが決まらない。

観察 5.2

論文334・255・340 と並べる。334 は不偏のセンサで精度が足されることを示して偏りを扱わず、255 は偏りが較正で消えることを示し、340 は航法を教えなかった——ここでは 334 の空けた偏りの席に座り、255 の較正の代わりに配置が偏りを消すことを数えた。

観察 5.3

言わないこと。地球の曲率、実際の星の選び方、時刻の誤差、高度の補正の手順、偏りを未知数として解く方法は扱わない——示したのは、同じ配置が二種類の誤差に逆向きに効くということである。

6. 点呼と結び

1. 交角 90 度の偶然の誤差 **1.414214** 分角（計算 2.1）：直角が最小。
2. 交角 10 度で **8.144131** 分角（計算 2.1）：浅い交わり。
3. 比 **5.758770**（観察 2.2）：$1/\sin 10°$。
4. 偏りのずれ 90 度で **2.828427** 分角（計算 3.1）：開くほど遠い。

5. 10 度で **2.007640** 分角（観察 3.2）：本稿の芯・向きが逆。
6. 比 **0.709808**（観察 3.2）：狭いほど小さい。
7. 120 度おきで偏り 0（観察 4.2）：取り囲めば消える。
8. 0/45/90 度で **2.414214** 分角（計算 4.1）：和が 0 でなければ残る。
9. 合わせて **1.154701** 分角（**2.138505** km）（観察 4.3）：直角の **3.162278** より小さい。
10. 偶然の誤差か、共通の偏りか（観察 5.1）：分離子・論文334・255・340。

結び：天測の位置は、偶然の誤差なら交角を直角に、共通の偏りなら星で取り囲むと小さくなり、交角の効きは二つで逆向きである。高度の偶然の誤差 1 分角の位置の誤差は、二つの星の交角 90 度で 1.414214 分角、10 度で 8.144131 分角（5.758770 倍）——浅く交わる線は交点を滑らせる。全部の星に共通の偏り 2 分角は逆に、交角 90 度で 2.828427 分角、10 度で 2.007640 分角と狭いほど小さく、方位の単位ベクトルの和が 0 になる配置では 0 になって、偶然と合わせても三つの星を 120 度おきに選んだ 1.154701 分角が、二つの星を直角に選んだ 3.162278 分角より小さい——同じ向きの偏りは、反対の向きの星どうしで打ち消し合う。分離子は、偶然の誤差か、全部の星に共通の偏りかである。既刊との位置——論文334 が空けた偏りの席に座り、論文255 の較正の代わりに配置が偏りを消すことを数え、論文340 の航法の席の隣に置いた。正直に言えば——平面で近似し、実際の星の選び方も補正の手順も、偏りを未知数として解く方法も扱っていない。

参考文献

1. 山岸勇輝 (2026). 『「精度」は二つあり、較正で消えるのは一方だけ』[論文255]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22168883
2. 山岸勇輝 (2026). 『足しているのは値ではなく、精度である』[論文334]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22681804
3. 山岸勇輝 (2026). 『最短の道は、航海者が舵を切る道ではない』[論文340]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22682089

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)