

ポアンカレ回帰定理と時間の矢 — 微視は必ず戻る、だが戻る前に宇宙が 終わる：論文77の相棒 — [論文81]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

論文77は、リューヴィルの定理（微視的相空間体積は保存・可逆）を土台に、時間の矢が粗視化に宿ることを示した。本稿はその相棒——リューヴィルの最も劇的な帰結であるポアンカレ回帰定理（1890）——を扱い、「矢」の議論をもう一枚閉じる。定理はこう述べる：有界な相空間で体積を保つ流れのもとでは、ほとんどすべての状態が、いつか初期状態のいくらかでも近くへ、無限回、戻ってくる。これは一見、第二法則（不可逆・戻らない）と真っ向から矛盾する（Zermelo の反論, 1896）。本稿は Boltzmann の応答（1896）を確認する：矛盾ではない。回帰は起こるが、その回帰時間が天文学的に長い——巨視系では自由度の数に対して超指数的（およそ e^N 級、宇宙年齢 $\sim 10^{10}$ 年をはるかに超える）。ゆえに微視的な回帰（可逆・戻る）と実務的な不可逆（矢・二度と見ない）は、別の層の別の事実であり、矛盾しない（別根、論文58/48）。時間の矢は「回帰が不可能だから」ではなく「回帰が観測不能なほど遠いから」立つ——これは論文77（矢は粗視化に宿る）・75（因果球の矢）・78（摩擦）と整合する。宇宙OSのレンズでは：OSは微視的に何も忘れない（メモリ非破壊、77）ので状態は必ず巡ってくるが、その周回はあまりに長く、我々は決して一周を見ない。射程：回帰定理は借り物の標準的事実であり、本稿は新しい数学も新しい予言も生まない。時間の矢も過去仮説も解かない。重要な限定：回帰定理は"有界な相空間"を要する。重力多体系や膨張宇宙では相空間が有界とは限らず、回帰が成り立たない場合がある——ここは論文75・80と同じ未解決の縁である。本稿は構造的解釈にとどまる。

本稿の位置づけ：本稿は確立された物理法則・定理の構造的解釈である。新しい物理法則の発見も、未解決問題の解決も主張しない。用いるポアンカレ回帰定理・リューヴィルの定理・粗視化はすべて標準的な確立された結果であり、本稿はそれらに新たな定理を加えない。「宇宙OS」等の語は解釈のためのレンズ・比喻であって検証可能な主張ではないことを、あらかじめ明示する。

1. 序：リューヴィルの劇的な帰結へ

論文77は、 (T^*M, ω) 上のハミルトン流が相空間体積を保つ（リューヴィル）ことから、微視的力学が可逆で時間の矢を持たないこと、そして矢は粗視化に宿ることを示した。本稿は、その同じリューヴィルから導かれる最も劇的で、最も直感に反する帰結を扱う——ポアンカレの回帰定理である。

「体積が保存される」ことの帰結は、単なる可逆性にとどまらない。それは「いつか必ず、ほぼ元に戻る」という、はるかに強い主張を生む。これは第二法則と正面衝突するように見え、実際19世紀末に大論争（Zermelo–Boltzmann）を巻き起こした。本稿はこの緊張を、論文77と同じ規律で閉じる。

2. ポアンカレ回帰定理

標準的事実（ポアンカレ回帰定理, 1890）

(X, μ) を全測度が有限な測度空間、 $T: X \rightarrow X$ を測度を保つ写像とする。任意の可測集合 A ($\mu(A) > 0$) に対して、 A のほとんどすべての点は、 T の反復のもとでいつか A へ戻り、しかも無限回戻る。

力学の言葉では：有界なエネルギー面上で、リューヴィル測度（有限）を保つハミルトン流のもとでは、ほとんどすべての初期状態が、いくらでも近い近傍へ、無限回、回帰する。

証明の核は鳩の巣論法である：もし戻らない部分が正の体積を持てば、その像を時間ごとに積み上げると、保存されるはずの有限な総体積を無限に食い尽くしてしまう——矛盾。ゆえにほとんどすべての点は戻る。有限の体積 + 体積保存 = 必ず戻る。

3. Zermelo の反論と Boltzmann の応答

回帰定理は、第二法則と真っ向から対立するように見える。コップの中で拡散したインクは、いつか自発的に一滴へ戻る——エントロピーが下がる瞬間が来る、と定理は言う。Zermelo (1896) はこれを根拠に、力学からの第二法則の導出を批判した。

観察 3.1（Boltzmann の応答 = 矛盾ではない）

Boltzmann (1896) の応答は明快である：回帰は確かに起こる。しかしその回帰時間が、あまりに長い。巨視的な系では、初期状態の近傍へ戻るまでの平均時間は、自由度の数に対して超指数的に増大する。したがって回帰は「原理的には必ず起こるが、現実には決して観測されない」——第二法則（実務的不可逆）と回帰定理（原理的可逆）は、異なる時間スケールに住む、矛盾しない二つの真実である。

4. 回帰時間：宇宙年齢を桁で圧倒する

回帰時間の巨大さは、直感を絶する。粒子数 N の気体が初期配置の近くへ戻る時間は、おおよそ位相体積の比の逆数で決まり、 $\sim e^{S/k_B} \sim e^N$ 級になる。 $N \sim 10^{23}$ (1モル) なら、回帰時間は $\sim e^{10^{23}}$ 秒——単位 (秒・年・宇宙年齢) を何に取り替えても、指数の中の 10^{23} の前ではまったく無意味になる。

観察 4.1 ("必ず戻る"と"決して見ない"の両立)

宇宙の年齢は $\sim 10^{10}$ 年 $\sim 10^{17}$ 秒である。回帰時間 $\sim e^{10^{23}}$ 秒は、これを天文学的どころか、記法が破綻するほど凌駕する。すなわち回帰は数学的には確実だが、物理的には一度も起こらない。「微視は必ず戻る (可逆)」と「我々は二度と見ない (矢)」は、同時に、矛盾なく真である——ただ、住んでいる時間スケールが違っただけである。

5. 論文77・75・78との整合：回帰は微視、矢は粗視

観察 5.1 (別根：微視の回帰 vs 粗視の矢)

ポアンカレ回帰 (微視的・可逆・原理的に必ず戻る) と、時間の矢 (粗視的・実務的に戻らない) は、別の層の別の事実である。回帰定理は論文77 (微視は可逆・矢は粗視化に宿る) を否定するどころか、その最も強い形での確認である：微視は文字どおり「元に戻れる」ほど完全に情報を保っている。時間の矢は、その完全な可逆性の上に、有限の解像度と有限の待ち時間という粗視化を重ねたときに立つ。回帰 (微視) と矢 (粗視) を「どちらも時間の話だから」と混同してはならない (別根、論文58/48)。

こうして位相空間の物語が閉じる：76 (舞台 (T^*M, ω)) $\rightarrow$ 77 (体積保存・矢は粗視に宿る) $\rightarrow$ 78 (摩擦＝粗視化の身近な実装) $\rightarrow$ 81 (回帰＝微視の可逆性が届く極限、そしてそれが実務の矢を壊さない理由)。80 (Noether) はこの舞台の保存則の背骨であった。

6. 宇宙OSのレンズ：忘れないが、一周は見せない

体系のレンズ (比喻) で読むと——あくまでレンズであり検証可能な主張ではない——回帰定理はこう言う：宇宙OSは微視的に何も忘れない (メモリ非破壊、論文77) ので、状態は原理的に必ず一周して巡ってくる。だがその周回の長さは、宇宙の一生を無限回繰り返しても足りないほど長い。OSは決して情報を捨てないが、我々にその一周 (巻き戻し) を見せることも決してない——時間の矢とは、その"見せてもらえない長さ"の別名である。「OS」「巻き戻し」は比喻であり、標準物理 (回帰と回帰時間) の言い換えにすぎない。

7. 射程（何を示し、何を示さないか）

示すこと（記述的）：

- 有界相空間＋体積保存（リューヴィル）のもとで、ほとんどすべての状態は初期近傍へ無限回回帰する（ポアンカレ）（2節）。
- 回帰は第二法則と矛盾しない：回帰時間が超指数的で、宇宙年齢を記法が破綻するほど凌駕するから（Boltzmann の応答）（3–4節）。
- 回帰（微視・可逆）と矢（粗視・実務）は別根であり、回帰定理は論文77を最強の形で確認する（観察 5.1）。位相空間の物語（76–78, 80）を閉じる。

示さないこと（禁欲）：

- 新しい数学ではない。ポアンカレ回帰定理・リューヴィルはすべて標準的である。本稿は定理を加えない。
- 時間の矢の問題を解かない。なぜ過去が低エントロピーだったか（過去仮説）は依然として未解決（論文 75・77と同じ、Penrose の予想）。本稿は回帰と矢の両立を示すだけで、初期条件の理由は説明しない。
- 有界性の限定。回帰定理は有界な相空間（有限測度）を要する。重力多体系や膨張宇宙では相空間が有界とは限らず、回帰が成り立たない場合がある——本稿はこの限界を明示し、そこを解かない（論文75・80と同じ宇宙論的な未解決の縁）。
- 新しい予言をしない。本枠組みは標準的な統計力学・エルゴード理論と同じ観測結果を与える。ゆえに本稿は第2層（構造的解釈）にとどまる。「OS」はレンズである。

8. 結論

論文77が「微視は可逆・矢は粗視化に宿る」と示したなら、本稿はその可逆性が届く最果て——ポアンカレ回帰——を確認した：有界な相空間では、微視状態は必ず初期近傍へ戻る。第二法則との衝突は見かけであり、Boltzmann の応答が解く：回帰は起こるが、回帰時間が宇宙年齢を桁外れに凌駕するので、決して観測されない。「微視は必ず戻る」と「戻る前に宇宙が終わる」は、矛盾なく同時に真である。

こうして位相空間の物語（76→77→78→81、および保存則の背骨80）が閉じる。ただし規律を忘れない：回帰は微視、矢は粗視——別根であり、混同してはならない。そして回帰定理そのものが有界な相空間を要し、膨張宇宙ではその前提が崩れうる。時間の矢の起源（低エントロピーの過去）は、依然として開かれたままである。本稿が示したのは、微視の完全な可逆性が、なぜ実務の不可逆と平然と共存できるのか——その"時間スケールの別居"を、正しく一枚、記述したことだけである。

参考文献

1. Poincaré, H. (1890). *Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique*. Acta Mathematica 13, 1–270.
 2. Zermelo, E. (1896). *Über einen Satz der Dynamik und die mechanische Wärmetheorie*. Annalen der Physik 293, 485–494.
 3. Boltzmann, L. (1896). *Entgegnung auf die wärmetheoretischen Betrachtungen des Hrn. E. Zermelo*. Annalen der Physik 293, 773–784.
 4. Kac, M. (1947). *On the notion of recurrence in discrete stochastic processes*. Bull. Amer. Math. Soc. 53, 1002–1010.
 5. Arnold, V. I. and Avez, A. (1968). *Ergodic Problems of Classical Mechanics*. Benjamin.
 6. Yamagishi, Y. (2026). *Liouville's Theorem and the Arrow of Time* [論文77]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21722473.
 7. Yamagishi, Y. (2026). *The Arrow of Time and the Growing Causal Sphere* [論文75]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21670183.
 8. Yamagishi, Y. (2026). *Friction and Dissipation as Coarse-Graining* [論文78]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21731937.
 9. Yamagishi, Y. (2026). *Distinct-Roots Discipline for Numerical Coincidences* [論文48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)