「一発叩けば全部分かる」は、線形と時不変の二つの上に立っている

— 係数 [0.2, 0.3, 0.25, 0.15, 0.1] の系では、インパルス応答だけから新しい入力への応答が誤差 0 で当たる — 分離子は、振幅を変えて誤差が動くか、ずらして誤差が動くか — [論文813]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

線形で時不変な系は、インパルス応答という一本の列だけで完全に決まる。本稿は、その前提を二通りに壊して、予測がどう外れるかを測る。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、前提が揃っていれば、一発で全部分かる——係数 [0.2, 0.3, 0.25, 0.15, 0.1] の系では、インパルス応答から作った予測と実際の応答の差が 0 で、直流利得も係数の和 1.000000 に一致する（第2節）。 第二に、線形性を壊すと外れる——振幅を 0.60 で頭打ちにすると、予測との相対誤差が 0.208758 になる（第3節）。 第三に、時不変性を壊しても、同じくらい外れる——係数が時刻とともに動く系では相対誤差 0.293023 で、誤差の大きさだけでは二つを見分けられない（第3節）。 第四に、これが本稿の芯である。外れ方の型が違う——頭打ちの誤差は振幅で動く（0.2 倍で 0.000000、1 倍で 0.172705、3 倍で 0.724235）のに、係数が動く側はどの振幅でも 0.379140 である（第4節）。 第五に、ずらすと逆になる——インパルスを 5 歩ずらしたときの応答の差は、頭打ちでは 0、係数が動く側では 0.100000（10 歩で 0.146946）である（第4節）。 第六に、分離子は、振幅を変えて誤差が動くか、ずらして誤差が動くかである——「インパルス応答を測れば系が分かる」は、どちらの前提が壊れているかを二つの操作で切り分けてから言える（第5節）。 キーワード：インパルス応答、線形性、時不変性、たたみこみ、重ね合わせ、直流利得。

> 本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——線形時不変系がインパルス応答で決まること、たたみこみ、重ね合わせ、時不変性の定義は、いずれも既知である。実在の装置を論じない——頭打ちの限界 0.60 と係数の揺れ 0.5 は、壊れ方を見るための値である。非線形系の一般論に入らない——ボルテラ級数のような展開も、系の同定の手順も扱わない。周波数の側を扱わない——伝達関数、位相、群遅延には入らない。時間の側だけを見る。雑音を入れない——測定の誤差は入れず、前提が壊れたことだけが誤差の源である。既刊との関係：論文520 は、消せる周波数の数が係数の個数で決まることを示し、射程注記で「フィルタを設計しない——通過域の平坦さ、遷移幅、群遅延といった設計上の要求には入らない」と明記した——本稿はその席の隣に置く。あちらは係数がいくつあるかの話、こちらは係数が全部を決めるための前提の話である。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——線形性の破れと時不変性の破れは、誤差の大きさが近くても別根であり、操作を変えれば分かれる。加えたのは、二つの前提を別々に壊して予測の外れを測ったこと、振幅を変える操作とずらす操作で外れ方が入れ替わることを数えたこと、誤差の大きさだけでは見分けられないことを確かめたこと、分離子を「振幅か、ずらしか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：入力 x に対する出力 y が $y[n] = \sum_k h[k]x[n-k]$ で書けるとき、h をインパルス応答と呼ぶ。この形は、重ね合わせ（線形性）と、時刻をずらしても同じ（時不変性）の二つが成り立つときに限って使える。

本稿では $h = [0.2, 0.3, 0.25, 0.15, 0.1]$（和 1.000000）を置き、三つの系を比べる。一つ目はそのままの系、二つ目は出力を ±0.60 で頭打ちにした系（線形性だけを壊す）、三つ目は係数が時刻とともに 1 ± 0.5 の範囲で動く系（時不変性だけを壊す）である。

問い：前提が壊れたとき、インパルス応答からの予測はどう外れるか。外れ方から、どちらが壊れたか分かるか。

2. 前提が揃っているとき

計算 2.1：インパルスを一つ入れて応答を測り、それだけを使って、乱数で作った入力への応答を予測した。

測ったもの	値
係数の和	1.000000
直流（入力がすべて 1）への応答の定常値	1.000000
予測と実際の差（最大）	0

> **観察 2.2**
>
> 前提が揃っていれば、一発で全部分かる。インパルス応答は 5 個の数でしかないのに、200 点の入力に対する応答を誤差 0 で当てる——これが「一発叩けば全部分かる」の中身である。

3. 前提を壊す

計算 3.1：同じ入力を、線形性を壊した系と時不変性を壊した系に入れ、同じ予測と比べた。

系	予測との最大の差	信号の最大に対する比
線形・時不変	**0**	**0**
頭打ち（線形性を壊す）	**1.252549×10^{-1}**	**0.208758**
係数が動く（時不変性を壊す）	**2.749734×10^{-1}**	**0.293023**

> **観察 3.2**
>
> どちらを壊しても外れ、大きさだけでは見分けられない。相対誤差は 0.208758 と 0.293023 で、同じ桁である——「予測が外れた」という事実だけでは、線形性が壊れたのか時不変性が壊れたのかは決まらない。

4. 外れ方の型

計算 4.1：入力の振幅を 0.2 倍・1 倍・3 倍に変えて、相対誤差を測り直した。

系	振幅 0.2	振幅 1	振幅 3
線形・時不変	**0.000000**	**0.000000**	**0.000000**
頭打ち	**0.000000**	**0.172705**	**0.724235**
係数が動く	**0.379140**	**0.379140**	**0.379140**

観察 4.2

これが本稿の芯である。頭打ちの誤差は振幅で動き、係数が動く側は動かない。頭打ちの系は、振幅が小さいうちは誤差 0（限界に届かない）で、3 倍にすると 0.724235 になる。係数が動く系は、どの振幅でも 0.379140 のままである——線形性の破れは「どれだけ大きいか」に、時不変性の破れは「いつ入れたか」に結びついている。

計算 4.3：インパルスを入れる時刻をずらし、応答の形が同じかを測った。

系	5 歩ずらす	10 歩ずらす
線形・時不変	0	0
頭打ち	0	0
係数が動く	0.100000	0.146946

観察 4.4

ずらすと、役割が入れ替わる。振幅では区別できた頭打ちの系が、ずらしの検査では差 0 で通り、代わりに係数が動く系が 0.100000 と 0.146946 で落ちる——二つの操作を両方やれば、どちらの前提が壊れているかが決まる。

5. 分離子

観察 5.1

分離子は、振幅を変えて誤差が動くか、ずらして誤差が動くかである。同じ「予測が外れる」でも、振幅の操作に反応するのが線形性の破れ、ずらしの操作に反応するのが時不変性の破れである——「インパルス応答を測れば系が分かる」は、二つの操作で前提を確かめてから言える。

観察 5.2

論文520・300 と並べる。520 は消せる周波数の数が係数の個数で決まることを示し、設計には入らないと明記した——ここでは係数が全部を決めるための前提のほうを測った。300 は同根か別根かが判定できることを示した——誤差の大きさが近い二つは別根であり、操作を変えれば分かれる。

観察 5.3

言わないこと。実在の装置、非線形系の一般論、周波数の側、雑音の中での同定は扱わない——示したのは、前提の壊れ方が二つの操作で切り分けられるということである。

6. 点呼と結び

1. 係数の和 1.000000（計算 2.1）：直流利得と一致。
2. 予測の差 0（観察 2.2）：前提が揃えば一発。
3. 頭打ちで **0.208758**（計算 3.1）：線形性を壊した。
4. 係数が動くと **0.293023**（計算 3.1）：時不変性を壊した。
5. 大きさでは見分けられない（観察 3.2）：同じ桁。
6. 振幅 3 倍で **0.724235**（計算 4.1）：本稿の芯。
7. 係数が動く側はどの振幅でも **0.379140**（計算 4.1）：振幅に依らない。
8. ずらし 5 歩で **0.100000**（計算 4.3）：時刻に結びつく。
9. ずらし 10 歩で **0.146946**（計算 4.3）：頭打ちは 0 のまま。
10. 振幅か、ずらしか（観察 5.1）：分離子・論文520・300。

結び：「一発叩けば全部分かる」は、線形と時不変の二つの上に立っている。係数 $[0.2, 0.3, 0.25, 0.15, 0.1]$ の系では、インパルス応答から作った予測が誤差 0 で当たり、直流利得も係数の和 1.000000 に一致する——5 個の数が 200 点の応答を決める。ところが振幅を頭打ちにすると相対誤差 0.208758、係数が時刻で動くようにすると 0.293023 と、どちらも同じくらい外れ、大きさだけでは見分けられない——見分けるには操作を変える。頭打ちの誤差は振幅で動き（0.2 倍で 0.000000・3 倍で 0.724235）、係数が動く側はどの振幅でも 0.379140、逆にインパルスを 5 歩ずらすと頭打ちは 0・係数が動く側は 0.100000 である。分離子は、振幅を変えて誤差が動くか、ずらして誤差が動くかである。既刊との位置——論文520 の「フィルタを設計しない」の席の隣に置き、論文300 の規律で二つの破れを別根として扱った。正直に言えば——壊し方は二通りだけで、実在の装置でどちらがどれだけ効くかは測っていない。

参考文献

1. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 ── 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
2. 山岸勇輝 (2026). 『消せる周波数がいくつあるかは、係数の個数が決めている』[論文520]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22862501

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)