流れを絞っているのは細い辺ではなく、細い切り口である

— 辺 7 本の網で一本ずつ容量を 1 だけ増やすと、最大流が増えるのは 1 本だけで、いちばん細い辺（容量 1）を太くしても増分は 0 である — 分離子は、細い辺を問うか、細い切り口を問うか — [論文 838]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

「いちばん細いところが流れを決める」と言われる。本稿は、その「ところ」が辺ではなく切り口であることを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、最大流と、全部の切り口を試して出した最小の容量は一致する——四つの網すべてで、別々の数え方が同じ数を返した（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。いちばん細い辺を太くしても効かないことがある——辺 7 本の網で、容量 1 の辺を 1 太くしても最大流は 7 のまま動かない（第3節）。 第三に、効く辺はごく少ない——その網では 7 本のうち 1 本しか効かず、最小の切り口は 3 個あった（第3節）。 第四に、細い辺が直列だと、一本ずつでは一つも効かない——4 本すべての増分が 0 で、二本同時に太くして初めて 4 が 5 になる（第3節）。 第五に、同じ細さでも並列なら効く——一つの切り口に二本入る形では、どちらを単独で太くしても 8 が 9 になる（第3節）。 第六に、分離子は、細い辺を問うか、細い切り口を問うかである——辺の細さは見ればわかるが、切り口はどこを切るかを決めないと見えない（第4節）。 キーワード：最大流、最小カット、律速、切り口、直列と並列、模型。

> 本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——最大流と最小の切り口の容量が等しいこと（最大流最小カットの定理）、増加道で最大流が求まること、飽和した辺の容量を増やしても他の切り口が残れば最大流は動かないことは、いずれも既知である。実在の網を主張しない——容量も形も、数えるために置いた模型である。どの配管にも回線にも対応しない。定理を証明しない——最大流最小カットの定理は既知として使い、小さい網で切り口を全部試して数えるだけである。計算の速さを論じない——どの算法が速いかは主題ではない。設計を助言しない——どこに金をかけるべきかは述べない。既刊との関係：論文540 は複合材の上限と下限が算術平均と調和平均そのものであることを示した——本稿はその隣に置く。あちらは直列に並べると弱いほうが支配した。こちらは直列に並ぶと、弱い二つを両方直さないと一つも効かない。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——細い辺と細い切り口は、その基準で別根である。加えたのは、辺を一本ずつ太くして増分を全部並べたこと、いちばん細い辺の増分が 0 になる網を作って数えたこと、直列と並列で効き方が逆になることを同じ細さで比べたこと、分離子を「細い辺か、細い切り口か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：向きと容量を持つ辺の集まりを網と呼び、入口 s から出口 t へ流せる最大の量を最大流と呼ぶ。s を含み t を含まない点の集まり S を一つ決めると、S から外へ出る辺の容量の和が切り口の容量である。

$$\text{最大流} = \min_{S \ni s,\, S \not\ni t} \sum_{u \in S,\, v \notin S} c(u, v)$$

本稿は最大流を増加道で求め、切り口の容量は S の取り方を全部試して別に求める。二つは無関係な数え方である。

問い：どの辺を太くすれば流れは増えるのか。

2. 二つの数え方が合う

計算 2.1：四つの網で、最大流と、全部の切り口を試した最小の容量を別々に出した。

網	最大流	最小の切り口	最小の切り口の個数
一本道	3	3	1
細い辺が並列	8	8	1
細い辺が直列	4	4	2
細い辺が脇	7	7	3

> **観察 2.2**
>
> 四つとも一致した。一方は道を探して流し、もう一方は点の分け方を全部試して足しただけで、途中はまったく違う——だからこの一致は、どちらかの写しではない。

> **観察 2.3**
>
> 最小の切り口は一つとは限らない。直列の網では 2 個、脇に細い辺のある網では 3 個あった——この個数が、次の節の効き方を決める。

3. 太くして効く辺と、効かない辺

計算 3.1：辺を一本ずつ容量 1 だけ増やし、最大流の増分を並べた。

網	最大流	辺	効いた辺	いちばん細い辺の増分
一本道	3	3 本	1 本	1
細い辺が並列	8	6 本	2 本	1
細い辺が直列	4	4 本	0 本	0
細い辺が脇	7	7 本	1 本	0

> **観察 3.2**
>
> これが本稿の芯である。いちばん細い辺が効かない網がある。「細い辺が脇」の網では、容量 1 の辺を太くしても最大流は 7 のまま動かず、効くのは別の一本だけである——その辺はどの切り口にも入っていないので、切っても切らなくても容量に関わらない。

計算 3.3：直列の網の増分は 4 本すべて 0 だった。二本同時に太くすると変わる。

した操作	最大流
そのまま	**4**
細い辺の片方だけ **+1**	**4**
細い辺の両方を **+1**	**5**

> **観察 3.4**
>
> **最小の切り口が二つあると、一本ずつでは一つも効かない。片方を太くしても、もう一方の切り口が同じ容量で残るからである——「どの一本も効かない」ことと「どれも要らない」ことは違う。**

計算 3.5：同じ細さ（容量 4 が二本）でも、並列に置くと結果は逆になる。

細い辺の置き方	最小の切り口の個数	単独で効く辺の本数
直列	**2**	**0**
並列	**1**	**2**

> **観察 3.6**
>
> **同じ辺の細さから、逆の答が出る。並列では二本が一つの切り口に同居するので、どちらを太くしてもその切り口の容量が上がる——辺だけを見ていては、この二つは区別できない。**

4. 分離子

> **観察 4.1**
>
> **分離子は、細い辺を問うか、細い切り口を問うかである。辺の細さは一本ずつ見ればわかるが、切り口はどこを切るかを決めないと見えない——前者は局所の量、後者は分け方についての量である。**

観察 4.2

論文540 の隣に置く。540 は複合材の上限と下限が算術平均と調和平均そのものであることを示し、直列に並べると弱いほうが支配することを数えた——あちらは直列で弱いほうが答を決めた。こちらは直列に並ぶと、弱い二つを両方直さないと一つも効かない。同じ「直列」から違う帰結が出る。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——細い辺と細い切り口は、その基準で別根である。

観察 4.3

言わないこと。実在の網も、算法の速さも、費用も扱わない——示したのは、増える量が辺の属性ではなく、切り口の属性だということである。

5. 点呼と結び

1. 二つの数え方が四つとも一致（計算 2.1）：途中はまったく違う。
2. 最小の切り口は 1・1・2・3 個（計算 2.1）：一つとは限らない。
3. 容量 1 の辺の増分は 0（計算 3.1）：本稿の芯。
4. 7 本のうち効くのは 1 本（計算 3.1）：効く辺は少ない。
5. 直列は 4 本とも増分 0（計算 3.3）：一本ずつでは効かない。
6. 二本同時なら 4 から 5（計算 3.3）：要らないのではない。
7. 並列なら単独で 8 が 9（計算 3.5）：同じ細さで逆。
8. どの辺を太くしても減らない（計算 3.1）：増分は 0 以上。
9. 切り口は分け方の量（観察 4.1）：辺は局所の量。
10. 細い辺か、細い切り口か（観察 4.1）：分離子・論文540・300。

結び：流れを絞っているのは細い辺ではなく、細い切り口である。辺 7 本の網で一本ずつ容量を 1 増やすと、最大流が増えるのは 1 本だけで、いちばん細い辺（容量 1）の増分は 0 である——その辺がどの切り口にも入っていないからである。細い辺が直列に二本あると最小の切り口が二つになり、4 本のどれを太くしても増分は 0 で、二本同時に太くして初めて 4 が 5 になる——片方を直しても、もう一方の切り口が同じ容量で残るからである。同じ細さでも並列なら切り口は一つで、そこに入る二本はどちらも単独で効き、8 が 9 になる。既刊との位置——論文540 の「直列では弱いほうが支配する」の隣に置き、論文300 の規律で細い辺と細い切り口を別根として扱った。正直に言えば——ここでの網は数えるために置いた模型であり、どの配管にも回線にも対応しない。

参考文献

1. Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction to Algorithms*. MIT Press.
2. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 ── 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
3. 山岸勇輝 (2026). 『複合材の上限と下限は、算術平均と調和平均そのものである』[論文540]. Zenodo. 10.5281/zenodo.23014138

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)