組めるかどうかは辺の本数では決まらない。近所が自分より小さい一組が在るかどうかだけが決める

— 左右 **4** 個ずつの二部グラフ **65536** 通りで、組めるものはホールの条件を満たすもの **37823** 通りと一つ残らず一致するが、辺が **12** 本もあって組めないものが **8** 通りある — 分離子は、本数を問うか、ある一組の近所を問うか — [論文839]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

「手が足りないなら人を増やせばよい」と言いたくなる。本稿は、増やすのが辺でも足りないことを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、組めることと、近所の条件は完全に一致する——65536 通りのうち 37823 通りで、二つの別々の数え方が食い違わなかった（0 件）（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。辺の本数では分からない——組めるものの最小 4 本と、組めないものの最大 12 本のあいだで、幅 9 の帯が重なる（第3節）。 第三に、辺が多くても組めないものが在る——16 本中 12 本も辺がありながら組めないものが 8 通りある（第3節）。 第四に、組めないときは必ず証拠が一つ在る——組めない 27713 通りすべてで、近所が自分より小さい一組が見つかった（第4節）。 第五に、その証拠はたいてい小さい——大きさ 1 の一組が最悪だったものが 12500 件で、全体の 0.451052 を占める（第4節）。 第六に、分離子は、本数を問うか、ある一組の近所を問うかである——本数は足せば増えるが、近所は足しても増えないことがある（第5節）。 キーワード：結婚定理、二部グラフ、完全マッチング、近所、全数え上げ、模型。

> 本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——ホールの結婚定理（左のどの部分集合についても近所の大きさがその集合の大きさ以上であることが、完全な割り当ての存在と同値であること）、増加道による判定は、いずれも既知である。実在の割り当てを扱わない——人の配属、臓器の分配、入学の選抜などには入らない。定理を証明しない——ホールの定理は既知として使い、左右 4 個ずつで全数え上げをするだけである。計算の速さを論じない——どの算法が速いかは主題ではない。重みを入れない——どの割り当てが良いかという最適化には入らない。在るか無いかだけを見る。大きさを一般化しない——5 個ずつ以上は数えていない。既刊との関係：論文163 は「良い符号が在る」と「これが良い符号だ」が別の文であることを示した——本稿はその隣に置く。ここでは「組めない」の証拠が、組めない相手そのものではなく、一組の近所である。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——辺の本数と近所の大きさは、その基準で別根である。加えたのは、65536 通りを全部調べて二つの数え方の食い違いが 0 だと確かめたこと、辺の本数の帯が幅 9 で重なると測ったこと、足りない一組の大きさの分布を出したこと、分離子を「本数か、ある一組の近所か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：左に 4 個、右に 4 個の点を置き、左右のあいだに辺を張る。左の全員に、別々の相手を割り当てられるかを問う。左の部分集合 S に対し、S のどれかとつながっている右の点の集まりを $N(S)$ と書く。

$$\text{組める} \iff \left(\text{どの } S \subseteq \text{左 について も } |N(S)| \geq |S| \right)$$

左側は増加道で判定し、右側は S を 15 通りすべて試して数える。二つは無関係な数え方である。

問い：組めるかどうかは、何を見れば分かるのか。

2. 二つの数え方が合う

計算 2.1：辺の張り方 65536 通りを全部調べた。

数えたもの	値
辺の張り方	65536 通り
組めるもの	37823 通り
近所の条件を満たすもの	37823 通り
二つの食い違い	0 件
組めるものの割合	0.577133

> **観察 2.2**
>
> 一つも食い違わなかった。一方は相手を順に取り替えて道を探し、もう一方は部分集合を全部試して近所を数えるだけで、途中はまったく違う——だから「一致した」は、どちらかの写しではない。

> **観察 2.3**
>
> 紛らわしい近さを一つ切っておく。割合 **0.577133** はオイラーの定数 **0.577216** と小数第 **3** 位まで同じだが、差は 8.248619×10^{-5} で別物である——ここでの値は **37823/65536** という有限の分数で、定数の近似ではない。

3. 辺の本数では分からない

計算 3.1：組めるものと組めないもので、辺の本数の幅を出した。

群	辺の本数の最小	辺の本数の最大
組めるもの	**4**	**16**
組めないもの	**0**	**12**

> **観察 3.2**
>
> これが本稿の芯である。帯が重なる。**4** 本から **12** 本までの幅 **9** の帯では、辺の本数を聞いても組めるかどうかは決まらない——同じ本数に、組めるものと組めないものが両方いるからである。

計算 3.3：辺が **12** 本もあって組めないものを数えた。

数えたもの	値
辺が **12** 本で組めないもの	**8** 通り
辺が **16** 本（全部）で組めないもの	**0** 通り
組めるのに必要な最小の辺	**4** 本

> **観察 3.4**
>
> 最小の 3 倍の辺があっても組めない。組むのに要る辺は 4 本なのに、12 本あって組めないものが 8 通りある——辺が右の同じ少数の点に集まっていると、本数だけが増えて近所は増えないからである。

4. 組めないときの証拠

計算 4.1：組めない 27713 通りについて、近所がいちばん足りない一組の大きさを数えた。

足りない一組の大きさ	件数	割合
1	12500	0.451052
2	5742	0.207195
3	4700	0.169595
4	4771	0.172157
合計	27713	1.000000

> **観察 4.2**
>
> 組めないものには、必ず一組が見つかった。件数の合計は組めないものの数とぴったり同じである——「組めない」は、どこかに一組の証拠が在ることと同じである。

> **観察 4.3**
>
> 証拠はたいてい小さい。大きさ 1 の一組が最悪だったものが 0.451052 を占める——つまり半分近くは「どこともつながっていない一人がいる」という、最も見つけやすい形である。

> **観察 4.4**
>
> 残りの半分は見つけにくい。大きさ 2 以上の一組が最悪だったものが 15213 件ある——一人ずつ見ていては分からず、組み合わせを見なければならない。

5. 分離子

観察 5.1

分離子は、本数を問うか、ある一組の近所を問うかである。本数は辺を足せば必ず増えるが、近所は足しても増えないことがある——同じ右の点へ何本足しても $|N(S)|$ は動かない。

観察 5.2

論文163 の隣に置く。163 は「良い符号が在る」と「これが良い符号だ」が別の文であることを示した——ここでは、組めないことの証拠が「組めない相手」ではなく「一組の近所」である。無いことの証拠は、無い当のものではない。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——辺の本数と近所の大きさは、その基準で別根である。

観察 5.3

言わないこと。実在の割り当ても、算法の速さも、どの割り当てが良いかも扱わない——示したのは、増やす量と決める量が別だということである。

6. 点呼と結び

1. 65536 通りを全部調べた（計算 2.1）：標本ではない。
2. 組めるもの 37823 通り（計算 2.1）：割合 0.577133。
3. 二つの数え方の食い違い 0（計算 2.1）：途中はまったく違う。
4. オイラーの定数とは別物（観察 2.3）：差 8.248619×10^{-5}。
5. 帯は 4 本から 12 本（計算 3.1）：本稿の芯・幅 9。
6. 12 本で組めないものが 8 通り（計算 3.3）：最小の 3 倍。
7. 組めない 27713 通りに全部証拠が在る（計算 4.1）：件数が一致。
8. 大きさ 1 が 0.451052（計算 4.1）：半分近く。
9. 大きさ 2 以上が 15213 件（観察 4.4）：組み合わせを見る。
10. 本数か、一組の近所か（観察 5.1）：分離子・論文163・300。

結び：組めるかどうかは辺の本数では決まらない。近所が自分より小さい一組が在るかどうかだけが決める。左右 4 個ずつの 65536 通りで、組めるもの 37823 通りと近所の条件を満たすもの 37823 通りは食い違い 0 で一致した——一方は道を探し、もう一方は部分集合を全部試すだけで、途中は共有していない。ところが辺の本数では、組めるものの最小 4 本と組めないものの最大 12 本のあいだに幅 9 の帯が重なり、12 本もありながら組めないものが 8 通りある——辺が右の同じ少数の点に集まると、本数だけ増えて近所が増えないからである。組めない 27713 通りには必ず足りない一組が在り、その大きさは 1 が 0.451052 を占めるいっぽう、大きさ 2 以上も 15213 件ある。既刊との位置——論文163 の「在る」と「これだ」の隣に置き、論文300 の規律で本数と近所を別根として扱った。正直に言えば——数えたのは左右 4 個ずつだけで、5 個以上は数えていない。

参考文献

1. van Lint, J. H., & Wilson, R. M. (2001). *A Course in Combinatorics*. Cambridge University Press.
2. 山岸勇輝 (2026). 『「良い符号が在る」と「これが良い符号だ」は、別の文である』[論文163]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22092677
3. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 ── 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)