

最小作用の原理 — 一つの原理から力学が育つ：位相空間三部作の「下の土台」(オイラー)、ただし目的論ではない — [論文84]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

位相空間三部作（論文76＝ヒンジ (T^*M, ω, H) 、77＝リューヴィル、78＝摩擦、および80＝Noether）は、すべてハミルトンの舞台の上に立っていた。本稿はその舞台のさらに下にある一枚の礎——最小作用の原理を扱う。Maupertuis が着想し、**Euler** が変分法として鍛え、Lagrange・Hamilton が完成させたこの原理は、こう述べる：物体の運動は、作用 $S = \int L dt$ (L ＝ラグランジアン＝運動エネルギー－ポテンシャル) を停留させる経路に沿って進む ($\delta S = 0$)。ここから Euler-Lagrange 方程式が出て、ラグランジュ力学→(ルジャンドル変換)→ハミルトン力学 (T^*M 、論文76)→リューヴィル (77)・Noether (80) が育つ。すなわち **84** は三部作の"根"である。最重要の規律（誤解への予防）：最小作用は $F = ma$ と厳密に等価であって、それより「深い原因」でも「目的」でもない。 $\delta S = 0$ の解は停留経路であって必ずしも最小ではない（鞍点もある）。そして「自然が行き先を知って最も安い道を選ぶ」という目的論は誤りである：Euler-Lagrange は局所的な微分方程式であり、見かけの目的論は Feynman の経路積分（全経路の寄与＋定常位相）が溶かす。「経済性（最小・エレガンス）」を「目的（テレオロジー）」と混同しない——これが本稿の別根規律（論文58/48）である。射程：変分法・Euler-Lagrange・経路積分はすべて借り物の標準結果であり、本稿は新しい数学も新しい予言も生まない。「なぜ自然は作用原理に従うか」の究極の理由は解かない（経路積分は"目的"ではなく"干渉"で答える）。「宇宙OSのコスト関数」は第3層の非科学レンズ（隔離）。本稿の貢献は、三部作の下に一枚の礎を、正しい札とともに置き直すことだけである。

本稿の位置づけ（規律）：本稿は確立された物理（最小作用の原理、Euler-Lagrange 方程式、Legendre 変換、Feynman 経路積分）の構造的解釈である。新しい物理法則も新しい予言も含まない。最小作用は **Newton** 力学と等価であり、"より根源的な原因"や"自然の目的"を主張しない。「宇宙OS」「コスト関数」は第3層の比喻＝非科学の札つき（点線枠に隔離）であり、物理的機構の主張ではない。

1. 序：三部作の"下"には何があるか

論文76～82は、位相空間 (T^*M, ω) という舞台の上で、ヒンジ・リューヴィル・摩擦・保存則（Noether）を読んできた。だが、その舞台自体——ハミルトニアン H 、作用、ラグランジアン——は、どこから来たのか。答えは古典力学のたった一枚の礎、最小作用の原理である。ラグランジュ力学もハミルトン力学も、Noether の定理（80）も、すべてこの一枚から育つ。本稿はその根を、三部作の下に正しく据える。

ただし、この原理は美しすぎるがゆえに、しばしば誤読される：「自然は目的をもって最短・最安の道を選ぶ」。本稿は、この魅力的な誤読をはっきり退けるのが半分の仕事である。原理の力と、その正しい札（目的論ではない）を、同時に示す。

2. 最小作用の原理と Euler–Lagrange 方程式

標準的事実（最小作用の原理 / Euler–Lagrange）

ラグランジアン $L(q, \dot{q}, t) = T - V$ （運動エネルギー – ポテンシャル）に対し、作用を

$$S[q] = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt$$

と定める。実際の運動は、端点を固定したうえで作用を停留させる経路である（ $\delta S = 0$ ）。この条件は Euler–Lagrange 方程式と等価である：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0.$$

Maupertuis（1744）が原初形を、Euler（1744）が変分法の厳密な道具に鍛え、Lagrange が一般座標へ、Hamilton が現代形へ仕上げた。以後、電磁気・相対論・場の理論・量子論まで、物理の広大な範囲が「適切な L に対する $\delta S = 0$ 」という一つの型で書かれる。

3. Newton との等価：より深い原因ではなく、別の言葉

観察 3.1 (最小作用 = $F=ma$)

$L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - V(q)$ を Euler-Lagrange 方程式に入れると、

$$\frac{d}{dt}(m\dot{q}) = -\frac{\partial V}{\partial q}, \quad \text{すなわち} \quad m\ddot{q} = F.$$

最小作用の原理は Newton の運動方程式と厳密に等価である。片方が真なら他方も真——同じ物理の、二つの言い換えにすぎない。したがって最小作用は Newton より「深い原因」ではない。それは"より少ない言葉で同じことを言う"エレガントな再定式化であって、力学の背後の"隠れた意志"ではない。

この等価性を明示することは、規律上きわめて重要である。最小作用の"美しさ"は、しばしば"神秘"と取り違えられる。だが数学的には、それは $F = ma$ と同じ内容の、変分の言葉での表現である。

4. 目的論の罠：自然は「行き先を知って」いない

最小作用は、素朴には目的論的に響く：「粒子は出発前から終点を知っていて、あらゆる可能な道の中から作用が最小の道を選ぶ」。これは強力な誤読である。三点、正直に訂正する。

- 停留であって最小とは限らない。 $\delta S = 0$ は S の停留点（極小・鞍点）を選ぶ。多くの場合は最小だが、そうでない場合もある。「最小作用」は歴史的な名であり、正しくは「停留作用」である。
- 局所的である。 Euler-Lagrange は各瞬間の微分方程式であり、「全経路を見比べてから選ぶ」大域的な意志を必要としない。粒子は毎瞬間、局所の法則に従うだけで、結果として停留経路をなぞる。
- 見かけの目的論は"干渉"で溶ける。 Feynman の経路積分では、量的にはすべての経路が寄与し、各経路は位相 $e^{iS/\hbar}$ を持つ。古典的な停留経路の近傍だけが位相を揃えて強め合い、他はランダムに打ち消し合う。「一本の最安の道を選ぶ」ように見えるのは、この干渉の残像であって、目的ではない。

観察 4.1 (別根：経済性 ≠ 目的)

「作用が停留する（経済的・エレガント）」ことと、「自然が目的をもって最適化する（テレオロジー）」ことは、別の事柄である。前者は数学的事実、後者は形而上学的な物語。値（＝停留する）が美しいからといって、そこに"意志"という別根を読み込んではいならない（論文58/48 の別根規律の、ここでの姿）。本稿は前者だけを主張し、後者を明確に退ける。

5. 三部作の根：作用 → ラグランジュ → ハミルトン (T^*M)

最小作用が三部作の"下の土台"であることを、系譜で示す。

標準的事実（作用から位相空間へ）

Euler-Lagrange 方程式（配置空間 q ）から、ルジャンドル変換 $p = \partial L / \partial \dot{q}$ 、 $H = p\dot{q} - L$ によってハミルトニアン $H(q, p)$ と位相空間 T^*M が生まれる（論文76の舞台）。ハミルトンの正準方程式 $\dot{q} = \partial H / \partial p$ 、 $\dot{p} = -\partial H / \partial q$ が、リウヴィルの定理（77）と Noether の対称性↔保存則（80）の母胎である。すなわち作用 S こそ、位相空間三部作すべての根である。

こうして系譜が一本に通る：84（作用＝根）→76（ヒンジ T^*M ）→77（リウヴィル）→78（摩擦）→81（回帰）、そして80（Noether）は作用の対称性の帰結。三部作は、この一枚の礎の上に育った樹である。

6. 体系への接続：一つの原理、多くの法則（Euler の血筋）

最小作用は、体系の統一の美学とも響く。論文13は「力学・電磁気・重力・相対論が一つの幾何量 4π を共有する（＝構造が見える）」と述べた。最小作用はその力学版の統一——多くの運動法則が「適切な L に対する $\delta S = 0$ 」という一つの型に収まる。ただし論文13と同じ規律で：これは「同じ言葉で書ける」という構造の可視化であって、「一つの原理から新しい予言を導く大統一」ではない。そして Euler——変分法の父・体系が敬う幾何学的物理の系譜の一人——の道具が、その土台を支えている。

■ 著者のビジョン（第3層・非科学の札つき／機構でも予言でもない）

体系のレンズ（比喻）で言えば——作用 S は、宇宙OSが経路を"描画"するときのコスト関数のようなもので、OSは毎フレーム、局所的にコストが停留する更新を選んで、と眺められる。ただし非科学の札つき：これは目的論ではない（§4）。OSが「先を見て最安を選ぶ」のではなく、局所の法則（Euler-Lagrange）に従った結果が、停留経路として"見える"だけ——経路積分でいえば、干渉で生き残った像である。「コスト関数」「描画」は直観のためのレンズであって、物理的機構でも検証可能な主張でもない。

7. 射程（何を示し、何を示さないか）

示すこと（記述的）：

- 最小作用の原理（ $\delta S = 0$ ）と Euler-Lagrange 方程式が、ラグランジュ・ハミルトン力学の根であり、 T^*M （76）・リウヴィル（77）・Noether（80）はここから育つ（2・5節）。

- 最小作用は $F = ma$ と等価＝より深い原因ではない（観察3.1）。
- 「停留（経済性）」と「目的（テレオロジー）」は別根であり、見かけの目的論は Feynman 経路積分の干渉で溶ける（4節）。

示さないこと（禁欲）：

- 新しい数学ではない。変分法・Euler-Lagrange・Legendre 変換・経路積分はすべて標準的。本稿は定理を加えない。
- 「なぜ自然は作用原理に従うか」の究極理由は解かない。経路積分は"目的"ではなく"量子的干渉"で答えるが、なぜ量子力学がそうなっているかは、より深い未解決の縁（論文71 と同じ謙抑）。
- 目的論を主張しない。最小作用は意志でも設計でもない。経済性を目的と混同しない（別根）。
- OS・コスト関数は第3層の非科学レンズ。力学には一切不要（§6 点線枠）。
- 新しい予言をしない。標準の解析力学と同じ観測結果を与える。ゆえに第2層（構造的解釈）にとどまる。

8. 結論

位相空間三部作（76～82）が立っていた舞台の、さらに下には、一枚の礎があった——最小作用の原理。Maupertuis が着想し Euler が鍛えたこの原理から、ラグランジュ力学もハミルトン力学（ T^*M ）も、リューヴィルも Noether も育つ。それは物理の広大な範囲を「適切な L に対する $\delta S = 0$ 」という一つの型に収める、力学の背骨である。

ただし規律を厳守する：最小作用は $F = ma$ と等価であって、より深い原因ではない。そして最も大切なこと——これは目的論ではない。 $\delta S = 0$ は停留（最小とは限らない）であり、Euler-Lagrange は局所的で、「自然が行き先を知って最安の道を選ぶ」という物語は、Feynman の干渉が溶かす見かけにすぎない。経済性を目的と取り違えないこと（別根）。本稿が差し出せたのは、三部作の下に一枚の礎を、その力と正しい札とともに置き直したただけである。一つの原理から多くの法則が育つ美しさは本物だが、その美しさは"意志"ではなく"構造"である——それを、Euler の系譜に連ねて、誠実に記しておく。

参考文献

1. Maupertuis, P. L. M. de (1744). *Accord de différentes lois de la nature qui avaient jusqu'ici paru incompatibles*. Mém. Acad. Sci. Paris.
2. Euler, L. (1744). *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*.
3. Lagrange, J.-L. (1788). *Mécanique analytique*.
4. Hamilton, W. R. (1834). *On a General Method in Dynamics*. Phil. Trans. R. Soc.

5. Feynman, R. P. (1948). *Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics*. Rev. Mod. Phys. 20, 367–387.
6. Arnold, V. I. (1989). *Mathematical Methods of Classical Mechanics* (2nd ed.). Springer.
7. Yamagishi, Y. (2026). *A Covariant Symplectic Structure on Phase Space $\mathbf{T^*M}$: The Hamiltonian Hinge* [論文76]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21722145.
8. Yamagishi, Y. (2026). *Conservation Laws Are the Shadow of Symmetry (Noether)* [論文80]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21732957.
9. Yamagishi, Y. (2026). *Distinct-Roots Discipline for Numerical Coincidences* [論文48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)