木の「真ん中」は一つではない。半分以上の木で、中心と重心は別の点になる

— 点 7 個の木 16807 本と点 8 個の木 262144 本を全部作ると、どの点から歩き始めても、いちばん遠い点は必ず直径の端になる（割合 1.000000）— 分離子は、いちばん遠いところを短くしたいのか、大きいかたまりを小さくしたいのか — [論文840]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

木の「真ん中」と言えば一つのものを指していそうである。本稿は、それが二つあって半分以上の木で離れることを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、木では二回歩けばいちばん遠い二点が見つかる——点 7 個の木 16807 本と点 8 個の木 262144 本のすべてで、どの出発点からでも外れなかった（第2節）。 第二に、これは木だから成り立つ——点 6 個の連結グラフ 26704 個では 4897 個（0.183381）で外れる（第2節）。 第三に、外れた図に木は一つも無い——4897 個のうち木だったものは 0 個である（第2節）。 第四に、これが本稿の芯である。「真ん中」は二つある——中心と重心は、点 7 個で 9030 本（0.537276）、点 8 個で 140616 本（0.536407）で別の点になる（第3節）。 第五に、それでも遠くは離れない——点 7 個では距離 1 まで、点 8 個でも距離 2 までしか離れない（第3節）。 第六に、分離子は、いちばん遠いところを短くしたいのか、大きいかたまりを小さくしたいのかである——同じ「真ん中」という語が、二つの別の問いに答えている（第4節）。 キーワード：木の直径、偏心、中心と重心、幅優先探索、全数え上げ、模型。

> 本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——木では二回の幅優先探索が直径を与えること、木の中心が 1 個か 2 個であること（ジョルダン）、重心も 1 個か 2 個であることは、いずれも既知である。実在の木を主張しない——配線、組織図、系統樹などには対応しない。点に名前のついた木を全部作って数えただけである。定理を証明しない——二回の幅優先が木で正しいことは既知として使い、全数え上げで確かめるだけである。計算の速さを論じない——どの算法が速いかは主題ではない。重みを入れない——辺に長さのある木は扱わない。どの辺も長さ 1 とする。大きさを一般化しない——点 9 個以上は数えていない。既刊との関係：論文182 は「次元の呪い」が一つの呪いではないことを示した——本稿はその席には座らず、隣に置く。あちらは一つの名前が複数の困難を指していた。こちらは一つの語が二つの点を指す。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——中心と重心は、その基準で別根である。加えたのは、点 7 個と 8 個の木を全部作って二回の幅優先が一本も外れないと確かめたこと、点 6 個の連結グラフで外れる割合 0.183381 を測り、そこに木が一つも無いと確かめたこと、中心と重心が別になる割合と、離れる距離の上限を測ったこと、分離子を「いちばん遠いところか、大きいかたまりか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：どの辺も長さ 1 の木を考える。点 v の偏心を、v からいちばん遠い点までの距離とする。直径は偏心の最大である。

$$\mathrm{ecc}(v) = \max_{u} d(v,u), \qquad \text{直径} = \max_{v} \mathrm{ecc}(v), \qquad \text{中心} = \arg\min_{v} \mathrm{ecc}(v)$$

いっぽう、v を外したときにできるかたまりのうち最大のものを $w(v)$ と書き、w を最小にする点を重心と呼ぶ。

問い：木の「真ん中」とは、どちらのことか。

2. 二回歩けば端が見つかる

計算 2.1：点に名前をつけた木を全部作り、どの点から出発しても、いちばん遠い点が直径の端になるかを調べた。

点の数	木の本数	二回で直径が出た割合
6	1296	1.000000
7	16807	1.000000
8	262144	1.000000

> **観察 2.2**
>
> 一本も外れなかった。どの木の、どの点から始めても成り立つ——これは標本ではなく、その大きさの木の全部である。

計算 2.3：「1.000000」を疑うため、木でない図でも同じことを試した。点 6 個の連結グラフを全部作った。

数えたもの	値
点 6 個の連結グラフ	26704 個
二回の幅優先が直径を外すもの	4897 個
その割合	0.183381
外れたもののうち木だったもの	0 個

> **観察 2.4**
>
> だから「1.000000」は空振りではない。同じ手続きが、輪のある図では 0.183381 の割合で外れる——木という条件がちょうど効いていることが、外れる例の側から分かる。

3. 二つの「真ん中」

計算 3.1：中心（偏心が最小の点）と重心（外したときのかたまりが最小の点）を、全部の木で比べた。

点の数	中心と重心が違う本数	割合	二つの距離の最大
6	480	0.370370	1
7	9030	0.537276	1
8	140616	0.536407	2

観察 3.2

これが本稿の芯である。半分以上で別の点になる。点 7 個で 0.537276、点 8 個で 0.536407 である——「真ん中」と言ったとき、どちらを指しているかは半分以上の木で問題になる。

計算 3.3：中心の個数を数えた。

点の数	中心が 1 個	中心が 2 個
6	726	570
7	8617	8190
8	127688	134456

観察 3.4

中心は 3 個以上にならない。どの大きさでも 1 個か 2 個しか出なかった——直径の道の真ん中は一点か一辺かのどちらかだからである。

観察 3.5

それでも遠くは離れない。二つの距離の最大は点 7 個で 1、点 8 個でも 2 である——「別物である」ことと「遠い」ことは違う。別物だが隣どうしである。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、いちばん遠いところを短くしたいのか、大きいかたまりを小さくしたいのかである。前者は最も不利な一点を助け、後者は分かれ方を揃える——どちらも「真ん中」と呼ばれるが、答える問いが違う。

観察 4.2

論文182 の隣に置く。182 は「次元の呪い」が一つの呪いではないことを示した——あちらは一つの名前が複数の困難を指していた。こちらは一つの語が、同じ木の上の二つの点を指す。名前の側か、場所の側かの違いである。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した——中心と重心は、その基準で別根である。片方を動かしても他方は動かない。

観察 4.3

言わないこと。実在の木も、算法の速さも、辺に長さのある木も扱わない——示したのは、「真ん中」が問いによって別の点になるということである。

5. 点呼と結び

1. 木では二回で直径が出る（計算 2.1）：割合 1.000000。
2. 点 8 個の木 262144 本で確かめた（計算 2.1）：標本ではない。
3. 連結グラフでは 0.183381 が外れる（計算 2.3）：1.000000 を疑った。
4. 外れた図に木は 0 個（計算 2.3）：条件が効いている。
5. 点 7 個で 0.537276（計算 3.1）：本稿の芯。
6. 点 8 個で 0.536407（計算 3.1）：半分以上のまま。
7. 中心は 1 個か 2 個（計算 3.3）：3 個以上は無い。
8. 離れるのは点 7 個で 1（計算 3.1）：別物だが隣どうし。
9. 点 8 個でも 2（計算 3.1）：遠くはならない。
10. いちばん遠いところか、大きいかたまりか（観察 4.1）：分離子・論文182・300。

結び：木の「真ん中」は一つではない。半分以上の木で、中心と重心は別の点になる。点 7 個の木 16807 本と点 8 個の木 262144 本のすべてで、どの点から歩き始めてもいちばん遠い点は直径の端になり、割合は 1.000000 である——そしてこれが空振りでないことは、点 6 個の連結グラフ 26704 個のうち 4897 個（0.183381）で同じ手続きが外れ、そこに木が一つも無いことから分かる。いっぽう偏心が最小の点と、外したときのかたまりが最小の点は、点 7 個で 0.537276、点 8 個で 0.536407 の木で別の点になる——前者は最も不利な一点を助け、後者は分かれ方を揃えるからである。それでも二つの距離は点 7 個で 1、点 8 個でも 2 までで、別物だが隣どうしである。既刊との位置——論文182 の「一つの名前が複数を指す」の隣に、一つの語が二つの点を指す形で置

き、論文300 の規律で中心と重心を別根として扱った。正直に言えば——数えたのは点 8 個までで、9 個以上は数えていない。

参考文献

1. Diestel, R. (2017). *Graph Theory*. Springer.
2. 山岸勇輝 (2026). 『「次元の呪い」は一つの呪いではない』[論文182]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22104170
3. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 ── 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)