

余りに分けると足し算と掛け算は残るが、大小は消える

— 法 $3 \cdot 5 \cdot 7$ (積 105) で数を余りの三つ組に置き換えると、余りの組は 105 通りがちょうど一度ずつ起こり、足し算も掛け算も余りごとに別々にできる (食い違い 0 件) — 分離子は、足し算と掛け算を問うか、大小を問うか — [論文842]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/842>

— *From thinking to syncing.* —

要旨

大きい数を小さい余りの組に置き換えると計算が楽になる。本稿は、そのとき何が残りと何が消えるかを数える。新しい定理も法則も主張しない。第一に、法が互いに素なら余りの組はちょうど一度ずつ起こる。 105 個の数が作る組は 105 通りで、重なりも欠けも無い (第2節)。第二に、足し算も掛け算も余りごとに別々にできる。 105×15 組を全部試して食い違いは 0 件である (第2節)。第三に、これが本稿の芯である。大小はほとんど読めない。三つの余りがそろって向く対は 10920 組のうち 1260 組 (0.115385) しかない (第3節)。第四に、そろっていても当てにならない。その 1260 組のうち 372 組 (0.295238) は本当の大小と逆である (第3節)。第五に、法が互いに素でないと起こる組も減る。 $(6, 10, 15)$ では積 900 に対して 30 通り (0.033333) しか起こらない (第4節)。第六に、分離子は、足し算と掛け算を問うか、大小を問うかである。同じ表し方が、ある問いには十分で、別の問いには何も答えない (第5節)。キーワード：中国剰余定理、剰余、互いに素、最小公倍数、大小の比べ、全数え上げ。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない。中国剰余定理、互いに素な法のもとで余りの組と数が一対一に対応すること、和と積が余りごとに計算できること、剰余数系では大小の比較に復元が要ることは、いずれも既知である。暗号を扱わない。公開鍵の方式や、剰余数系の実装には入らない。計算の速さを論じない。どの表し方が速いかは主題ではない。定理を証明しない。中国剰余定理は既知として使い、小さい法で全数え上げをするだけである。干支の数え方を扱わない。周期の最大公約数で何通り起こるかを数えるのは論文605の射程である。拡張しない。負の数や有理数への拡張、多項式の場合には入らない。既刊との関係：論文605は干支が百二十通りではなく六十通りしかないことを、周期の最大公約数で数えた。本稿はその席には座らず、隣に置く。あちらは何通り起こるかを数えた。こちらは余りに分けたとき、どの演算が残ってどの演算が消えるかを数える。論文300は同根か別根かが判定できることを示した。足し算・掛け算と大小は、その基準で別根である。加えたのは、足し算と掛け算の食い違いが0件だと全数え上げで確かめたこと、余りの向きがそろう対が0.115385しかないと測ったこと、そろっていても0.295238が逆だと測ったこと、分離子を「足し算と掛け算か、大小か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：互いに素な法 $m_1, \dots, m_k$ を選び、数 x をその余りの組に置き換える。

$$x \mapsto (x \bmod m_1, \dots, x \bmod m_k), \quad M = \prod_i m_i$$

本稿は $m = (3, 5, 7)$ 、 $M = 105$ を使う。置き換えた先で何ができて何ができないかを、全数え上げで見る。

問い：余りに分けると、何が残り何が消えるのか。

2. 残るもの

計算 2.1：0 から 104 までの 105 個の数が作る余りの組を数えた。

数えたもの	値
法	3・5・7
積	105
実際に起こる組	105 通り
起こりうる組	105 通り

観察 2.2

重なりも欠けも無い。105 個の数が 105 通りの組をちょうど一度ずつ作る。だから余りの組から元の数を取り戻せる。

計算 2.3：足し算と掛け算が余りごとにできるかを、全数え上げで確かめた。

試したこと	食い違い
余りごとに足して組み直す	0 件
余りごとに掛けて組み直す	0 件

観察 2.4

二つの演算は、そのまま持ち越せる。三つの小さい計算に分かれ、互いに繰り上がりを見合う必要が無い。これが「余りに分けると楽になる」の中身である。

3. 消えるもの

計算 3.1：105 個の数から作れる 10920 組の対について、三つの余りがそろって小さい（または三つともそろって大きい）と言えるかを数えた。

数えたもの	組数	割合
全部の対	10920	1.000000
三つの余りがそろって向く対	1260	0.115385
そのうち本当の大小と逆	372	0.295238

観察 3.2

これが本稿の芯である。ほとんどの対では何も言えない。0.115385 しか向きがそろわず、残りは三つの余りがばらばらの向きを指す。大小は余りのどれか一つには乗っておらず、三つを合わせた位置に乗っているからである。

観察 3.3

そろっていても当てにならない。向きのそろった 1260 組のうち 372 組 (0.295238) は本当の大小と逆である。つまり「三つとも小さいから小さい」という読み方は、三回に一回近く外れる。

観察 3.4

足し算と掛け算のほうは一件も外れなかった。片方は食い違い 0 件、もう片方は 0.295238 が逆である。同じ表し方の上で、二つの問いの答え方がまったく違う。

4. 法が互いに素でないとき

計算 4.1：法の組を変えて、実際に起こる余りの組の数を数えた。

法	積	最小公倍数	起こる組	割合
(4, 6)	24	12	12	0.500000
(4, 9)	36	36	36	1.000000
(6, 10, 15)	900	30	30	0.033333

観察 4.2

互いに素であることは、組が全部起こることと同じである。(4, 9) では割合が 1.000000、(4, 6) では 0.500000、(6, 10, 15) では 0.033333 である。起こる組の数は積ではなく最小公倍数で決まる。

観察 4.3

論文605 が数えたのは、この側である。あちらは十干と十二支という一組の周期で、何通り起こるかを最大公約数から出した。ここでは同じ仕組みを、三つの法まで並べて割合で見ている。座るのではなく隣に置く。

5. 分離子

観察 5.1

分離子は、足し算と掛け算を問うか、大小を問うかである。前者は余りの中で閉じており、後者は全体の位置を要る。だから大小を知るには、いったん元の数へ戻さなければならない。

観察 5.2

同じ表し方が、問いによって十分にも空にもなる。一つの表し方の良し悪しは、表し方だけでは決まらない。何を聞くかが決まって初めて決まる。

観察 5.3

論文300の規律で言えば別根である。和と積は余りごとに閉じ、大小は閉じない。片方ができることは、もう片方ができることの理由にならない。

観察 5.4

言わないこと。暗号も、計算の速さも、干支の数え方も扱わない。示したのは、表し方を変えると演算ごとに残り方が違うということである。

6. 点呼と結び

1. 105 個が 105 通りを作る (計算 2.1) : 重なりも欠けも無い。
2. 足し算の食い違い 0 件 (計算 2.3) : 持ち越せる。
3. 掛け算の食い違い 0 件 (計算 2.3) : 同じく。
4. 向きがそろう対は **0.115385** (計算 3.1) : 本稿の芯。
5. そのうち **0.295238** が逆 (計算 3.1) : 三回に一回近く。
6. 片方 0 件、片方 **0.295238** (観察 3.4) : 同じ表し方の上で。
7. **(4,9)** は **1.000000** (計算 4.1) : 互いに素。
8. **(4,6)** は **0.500000** (計算 4.1) : 半分しか起こらない。

9. $(6, 10, 15)$ は **0.033333** (計算 4.1) : 最小公倍数が決める。

10. 足し算と掛け算か、大小か (観察 5.1) : 分離子・論文605・300。

結び: 余りに分けると足し算と掛け算は残るが、大小は消える。法 $3 \cdot 5 \cdot 7$ では 105 個の数が 105 通りの組をちょうど一度ずつ作り、足し算も掛け算も余りごとに別々にできて食い違いは 0 件である。どちらの演算も余りの中で閉じているからである。ところが大小は、三つの余りがそろって向く対が 10920 組のうち 1260 組 (**0.115385**) しかなく、しかもそのうち 372 組 (**0.295238**) は本当の大小と逆である。大小は余りのどれか一つにではなく、三つを合わせた位置に乗っているからである。法が互いに素でないと起こる組も減り、 $(4, 6)$ では **0.500000**、 $(6, 10, 15)$ では **0.033333** しか起こらず、決めているのは積ではなく最小公倍数である。既刊との位置: 論文605 が「何通り起こるか」を数えた席の隣に置き、論文300 の規律で和・積と大小を別根として扱った。正直に言えば、数えたのは法 $3 \cdot 5 \cdot 7$ と、いくつかの小さい組だけで、一般の場合は数えていない。

参考文献

1. Hardy, G. H., & Wright, E. M. (2008). *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford University Press.
2. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. YOI:
<https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/300> ・ DOI: 10.5281/zenodo.22171914
3. 山岸勇輝 (2026). 『干支は百二十通りではなく、六十通りしかない』 [論文605]. YOI:
<https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/605> ・ DOI: 10.5281/zenodo.23014440

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)