

「同じ形」は一つの意味ではない。裏返しを同じと見るかで数が変わる
— ますを n 個つないだ形を数えると、動かさない場合・回転だけ同じと見る場合・回転と裏返しを
同じと見る場合で、 $n = 8$ ではそれぞれ **2725**・**704**・**369** になる — 分離子は、裏返しを同じと見る
か、回転だけを同じと見るか — [論文847]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ
2026年9月
YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/847>

— *From thinking to syncing.* —

要旨

「同じ形がいくつあるか」は、数える前に決めておくことがある。本稿は、その決め方が三通りあって答が変わることを数える。新しい定理も法則も主張しない。第一に、同じ n に対して三つの答が出る。 $n = 8$ で固定 **2725**・回転だけ **704**・自由 **369** である（第2節）。第二に、裏返しを同じと見るかどうかだけで大きく動く。 $n = 8$ では **704** と **369** で、**335** の差がある（第2節）。第三に、これが本稿の芯である。固定と自由の比は **8** にならない。 $n = 8$ で **7.384824** で、**8** に届かない（第3節）。第四に、届かない理由は対称な形である。 $n = 8$ では **369** 個のうち **53** 個が、回転と裏返しで **8** 通りより少ない置き方しか持たない（第3節）。第五に、その数え方は別の側からも合う。自由な形ごとに置き方の数を足すと、固定の数と $n = 1$ から **8** まで全部一致する（第3節）。第六に、分離子は、裏返しを同じと見るか、回転だけを同じと見るかである。形の数とは形の性質ではなく、何を同じと呼ぶかの帰結である（第4節）。キーワード：ポリオミノ、数え上げ、対称、軌道、同一視、裏返し。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない。ポリオミノに固定・片面・自由の三通りの数え方があ
ること、それぞれの個数の並びが知られていること、対称な形が軌道を短くすること（バーンサイドの数え方）
は、いずれも既知である。実在のパズルを論じない。どう詰めるか、どう遊ぶかは扱わない。敷き詰めを扱わな
い。長方形を埋められるかどうかは主題ではない。個数の式を主張しない。ポリオミノの個数に閉じた式は知ら
れておらず、本稿も与えない。数え上げの結果だけを並べる。大きさを一般化しない。 $n = 9$ 以上は数えていな
い。三次元に入らない。立体の場合は扱わない。既刊との関係：論文182 は「次元の呪い」が一つの呪いではな
いことを示した。本稿はその席には座らず、隣に置く。あちらは一つの名前が複数の困難を指していた。こちら
は一つの問い（「いくつあるか」）に三つの答が立つ。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した。三つ
の数え方は、その基準で別根である。加えたのは、 $n = 1$ から 8 まで三通りを同じ数え上げで並べたこと、比が 8
に届かない量を対称な形の数と結びつけたこと、軌道の大きさの和が固定の数と全部一致することを別の数え方
として確かめたこと、分離子を「裏返しを同じと見るか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：正方形のますを辺でつないだ形を考える。「同じ形」の決め方を三通り置く。

固定：平行移動だけ， 片面：回転も， 自由：裏返しも

回転は 4 通り、裏返しを入れると 8 通りなので、対称でない形なら固定は自由の 8 倍になるはずである。

問い：「いくつあるか」は、一つの数か。

2. 三つの答

計算 2.1： $n = 1$ から 8 まで、三通りで数えた。

n	固定	回転だけ	自由
1	1	1	1
2	2	1	1
3	6	2	2
4	19	7	5
5	63	18	12
6	216	60	35
7	760	196	108
8	2725	704	369

観察 2.2

同じ n に三つの答が並ぶ。 $n = 8$ で $2725 \cdot 704 \cdot 369$ である。形の側は何も変わっていない。変えたのは「同じ」の決め方だけである。

観察 2.3

裏返しを入れるかどうかだけで 335 動く。 $n = 8$ の 704 と 369 の差である。 $n = 4$ では 7 と 5、 $n = 3$ ではどちらも 2 で、小さいうちは差が出ない。

観察 2.4

固定の並び $1 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 19 \cdot 63 \cdot 216 \cdot 760 \cdot 2725$ と、自由の並び $1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 35 \cdot 108 \cdot 369$ は既知の数列と一致する。これは本稿の数え上げが正しく動いていることの裏取りになる。一致しなければ、まず自分の数え方を疑う。

3. 比が 8 に届かない

計算 3.1：固定を自由で割った比と、対称な形の数を並べた。

n	固定 / 自由	対称な形の数
4	3.800000	4
5	5.250000	7
6	6.171429	15
7	7.037037	24
8	7.384824	53

観察 3.2

これが本稿の芯である。比は 8 に近づくが届かない。 $n = 8$ で 7.384824 である。対称な形は回転と裏返しで 8 通りより少ない置き方しか持たず、そのぶん固定の数が足りなくなるからである。

観察 3.3

対称な形は消えていかない。 n が増えると対称な形の数も $4 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 24 \cdot 53$ と増える。比が 8 に近づくのは、対称でない形のほうがもっと速く増えるからであって、対称な形が減るからではない。

計算 3.4：別の数え方で突き合わせた。自由な形ごとに、その形が取りうる置き方の数を足す。

n	置き方の数の和	固定の数
5	63	63
6	216	216
7	760	760
8	2725	2725

観察 3.5

$n = 1$ から 8 まで全部一致した。一方は固定の形を直接数え、もう一方は自由の形ごとに置き方を足しただけである。だから「対称な形のぶん足りない」は言葉ではなく、数の等式として閉じている。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、裏返しを同じと見るか、回転だけを同じと見るかである。紙の上で切り抜くなら裏返せるが、表に印刷があるなら裏返せない。どちらを取るかは形の性質ではなく、扱う物の性質である。

観察 4.2

だから「いくつあるか」は一つの数ではない。 $n = 8$ なら $2725 \cdot 704 \cdot 369$ のどれかが正しい答である。どれを答えるかは、問う前に決まっていなければならない。

観察 4.3

論文182 の隣に置く。182 は「次元の呪い」が一つの呪いではないことを示した。あちらは一つの名前が複数の困難を指していた。こちらは一つの問いに三つの答が立つ。名前の側か、問いの側かの違いである。論文300 は同根か別根かが判定できることを示した。三つの数え方は、その基準で別根である。

観察 4.4

言わないこと。実在のパズルも、敷き詰めも、個数の式も、三次元も扱わない。示したのは、数が「何を同じと呼ぶか」の帰結だということである。

5. 点呼と結び

1. $n = 8$ で固定 2725 (計算 2.1) : 平行移動だけ。
2. 回転だけなら 704 (計算 2.1) : 裏返さない。

3. 自由なら **369** (計算 2.1) : 裏返しも同じ。
4. 差は **335** (観察 2.3) : 裏返し一つで。
5. 比は **7.384824** (計算 3.1) : 本稿の芯・8 に届かない。
6. 対称な形が **53** 個 (計算 3.1) : 届かない理由。
7. 対称な形も増える (観察 3.3) : 減るのではない。
8. 置き方の和が固定と一致 (計算 3.4) : $n = 1$ から 8 まで。
9. 三つとも正しい答 (観察 4.2) : 問う前に決める。
10. 裏返しを同じと見るか (観察 4.1) : 分離子・論文182・300。

結び : 「同じ形」は一つの意味ではない。裏返しを同じと見るかで数が変わる。ますを 8 個つないだ形は、動かさなければ **2725**、回転だけ同じと見れば **704**、裏返しも同じと見れば **369** である。形の側は何も変わっておらず、変えたのは「同じ」の決め方だけである。固定と自由の比は 8 に近づくが届かず、 $n = 8$ で **7.384824** である。対称な形は回転と裏返しで 8 通りより少ない置き方しか持たず、 $n = 8$ では **369** 個のうち **53** 個がそれだからである。このことは、自由な形ごとに置き方の数を足すと固定の数と $n = 1$ から 8 まで全部一致することで、数の等式として閉じている。既刊との位置 : 論文182 の「一つの名前が複数を指す」の隣に、一つの問いに三つの答が立つ形で置き、論文300 の規律で三つの数え方を別根として扱った。正直に言えば、数えたのは $n = 8$ までで、9 以上も、三次元も数えていない。

参考文献

-
1. Golomb, S. W. (1994). *Polyominoes: Puzzles, Patterns, Problems, and Packings*. Princeton University Press.
 2. 山岸勇輝 (2026). 『「次元の呪い」は一つの呪いではない』 [論文182]. YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/182> ・ DOI: 10.5281/zenodo.22104170
 3. 山岸勇輝 (2026). 『三百本目の点呼 — 同根か別根かは、判定できる』 [論文300]. YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/300> ・ DOI: 10.5281/zenodo.22171914
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)