

ガロアからネーターへ — 対称性は「可能なこと」の裁定者：論文79・80 の系譜、ただし離散と連続は別根 — [論文85]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

論文79（逆二乗の隠れた対称性 $SO(4)$ ）と論文80（保存則は対称性の影=Noether）は、どちらも「対称性が可能なことを統べる」と述べていた。この思想はどこから来たのか。本稿は、その源流をエヴァリスト・ガロアにたどり、ガロア → リー → ネーターの系譜として、論文79・80 をその中に位置づける（構造的・思想的な解釈）。ガロアの革命はこうだ：方程式がべき根で解けるか否かは、方程式の表面ではなく、その根がもつ隠れた対称性の群（ガロア群）の構造——それが"可解群"かどうか——が決める。五次以上の一般方程式に解の公式がないのは、その群 S_5 が可解でないからである（Abel-Ruffini を Galois が説明）。ここに「対称性の構造こそが、可能・不可能の裁定者である」という思想が生まれた。ソフス・リーが連続群（リー群）へと拡張し、ネーターが連続対称性 ↔ 保存則（論文80）として物理に結実させた。論文79 の隠れた対称性（ $SO(4)/SU(3)$ が閉軌道や縮退を決める）も、この思想の物理版である。最重要の規律（別根）：ガロアは離散群・体の拡大・代数、ネーター/リーは連続群・微分・幾何/物理——数学的対象は別物（別根、論文58/48）。両者を繋ぐのは「対称性の構造が可能性を統べる」という思想の系譜であって、literal な同一ではない。技術的な本物の橋としては微分ガロア理論（Picard-Vessiot）——微分方程式が求積で解けるか否かを"微分ガロア群"が決める——が存在するが、それもお Noether の"作用の連続対称性"とは別の応用である。射程：本稿は思想の系譜づけであり、新しい数学も新しい定理も新しい予言も生まない。五次不可解の"5"を体系の特別な数（ $n=2$ 等）と結びつけない（数値の語呂合わせは禁止）。第2層（構造的解釈）にとどまる。

本稿の位置づけ（規律）：本稿は確立された数学（ガロア理論、リー群、Noether の定理、微分ガロア理論）の系譜的・構造的解釈である。新しい数学も新しい定理も新しい予言も含まない。ガロア（離散）とネーター（連続）を同一視しない——繋ぐのは思想であって数学的同一ではない。五次不可解の"5"などの数を、体系の特別な数と結びつけない（数値の一致による接続は、論文58/48 の別根規律により禁止）。「宇宙OS」等の比喩は用いず、あくまで数学史・構造の話に徹する。

1. 序：「対称性が可能性を統べる」は、どこから来たか

論文79は「逆二乗の力が隠れた対称性 $SO(4)$ を持ち、それが軌道を閉じさせる」と示し、論文80は「保存則は対称性の影である (Noether)」と述べた。二つに共通するのは、「何が可能か (軌道が閉じる／量が保存する) は、対称性の構造が決める」という思想である。本稿は、この思想の源流を問う——それは200年前、決闘に斃れた20歳の青年、エヴァリスト・ガロアにまで、まっすぐ遡る。

本稿は新しい定理を証明しない。ガロア → リー → ネーターという系譜を描き、論文79・80をその現代的な末端として位置づける、構造的・思想的な一枚である。そして最後に、この系譜が **literal** な同一ではなく別根の "思想の共有" であることを、体系の規律で厳密に線引きする。

2. ガロアの革命：可解性を裁くのは、隠れた対称性の群

標準的事実 (ガロア理論, 1831/1846)

多項式方程式がべき根 (四則と根号) で解けるための必要十分条件は、その方程式に付随するガロア群 (根の間の、すべての代数的関係を保つ置換のなす群) が可解群であることである。とくに一般の五次以上の方程式は、そのガロア群 S_n ($n \geq 5$) が可解でない (A_5 が単純非可換) ため、べき根による解の公式を持たない (Abel–Ruffini の定理を、ガロアが群論で説明した)。

これは思考の大転換だった。それまで「五次方程式の公式」を人々は探し続けていた。ガロアは問いをひっくり返した：公式があるかないかそのものが、方程式の隠れた対称性の構造によって、あらかじめ決まっている。表面の係数ではなく、根たちがどう入れ替わるか (対称性) が、可能・不可能を裁く。

3. ここに生まれた思想：対称性は「可能なこと」の裁定者

観察 3.1 (ガロアの遺した一般思想)

ガロアが遺したのは、五次方程式の答えだけではない。「対象の可能・不可能は、その対象がもつ対称性の群の構造が決める」という、数学と物理を貫く一般思想である。何ができて何ができないかを、表面ではなく、隠れた対称性が裁く。この視点の転換——「解を探す」から「対称性の構造を読む」へ——が、以後の数学・物理の骨格になった。

4. リー：離散から連続へ

ガロアの群は離散（根の有限個の置換）だった。ソフス・リー（1842–1899）は、これを連続な対称性——なめらかに変形できる変換の群（リー群）——へ拡張した。彼の動機はまさに「ガロアが代数方程式にしたことを、微分方程式にもしたい」だった。連続対称性の群という言葉が、こうして幾何と解析に持ち込まれる。これが、ガロアの思想が物理へ渡るための橋になった。

標準的事実（本物の技術的橋：微分ガロア理論）

リーの動機は、微分ガロア理論（Picard–Vessiot 理論、後に Kolchin が整備）として結実した：線形微分方程式が求積（積分と代数演算）で解けるか否かは、その方程式の微分ガロア群（連続群）が可解かどうかで決まる。これはガロアの離散の定理の、連続版の厳密な対応物である。ただし、これもなお、次節の Noether の「作用の連続対称性 $\leftrightarrow$ 保存則」とは別の応用である（解けるか否か vs 保存量の存在）。

5. ネーター：思想の物理での結実（論文79・80）

リーの連続群を、物理の中心に据えたのがエミー・ネーターである。論文80 で見たとおり、Noether の定理は連続対称性 $\leftrightarrow$ 保存量の一対一対応を与える。ここでガロアの思想は、物理の形をとる：

観察 5.1（論文79・80 はガロア思想の物理版）

論文80（Noether）：何が保存するか（可能な保存量）は、系がどんな連続対称性をもつかが決める——時間並進→エネルギー、回転→角運動量。論文79（隠れた対称性）：何が可能か（軌道が閉じる・準位が縮退する）は、系の隠れた対称性の群（ $SO(4)/SU(3)$ ）が決める。どちらも「可能なことは対称性の構造が裁く」という、ガロアと同じ問いの立て方である。ガロアが「解の公式の可能性」を群で裁いたように、物理は「保存量・閉軌道の可能性」を群で裁く。

6. 別根の規律：思想は一つ、対象は別

ここで体系の中核規律（論文58・48）を、最も慎重に効かせる。ガロアとネーターは同じ思想の系譜にあるが、数学的対象は別物（別根）である。

ガロア		リー／ネーター
群の種類	離散（有限群・置換）	連続（リー群・多様体）
舞台	体の拡大・代数方程式	微分方程式・幾何・物理
裁くもの	べき根で解けるか	保存量の存在（Noether）／求積で解けるか（微分ガロア）

観察 6.1（系譜は"思想の共有"であって"同一"ではない）

ガロア群（離散）と Noether のリー群（連続）を、「どちらも対称性だから同じ」と融合してはならない。共有されているのは「対称性の構造が可能性を統べる」という組織原理（思想）であって、数学的対象そのものではない。これは論文58/48 の別根規律の、思想史における姿である。とりわけ——五次不可解の"5"を、体系の特別な数（ $n = 2$ 、次元、 4π 等）と結びつけてはならない。それは値の語呂合わせであり、体系が最も戒めてきた誤り（撤回済み論文と同じ轍）である。本稿は思想の系譜のみを主張し、数の一致は一切主張しない。

7. 体系への接続：幾何学的物理の系譜のなかのガロア

体系の「知的系譜マップ（幾何学的物理の本流）」には、Riemann・Clifford・Einstein・Weyl・Cartan・Hopf・Penrose らと並んで、対称性の思想の源流としてガロアが連なる。本稿は、体系の対称性論文（79・80）が、このガロア → リー → ネーターという大きな系譜の、現代の一末端であることを明示する。体系が「対称性で可能性を読む」たびに、それは200年前の青年が遺した問いの立て方を継いでいる——ただし、離散と連続の別根を守りながら。

■ 著者の私感（第3層・非科学の札つき／数学的主張ではない）

20歳で決闘に斃れる前夜、ガロアは書き残せるだけの理論を走り書きした。その断片が、100年後にネーターの手で物理の保存則を統べる思想となり、いま本体系の隠れた対称性（79）や保存則（80）にまで届いている。これは数学的主張ではなく、系譜への敬意である。体系が敬う「本流を歩いた人たち」——ガロア、ネーター——の仕事が、時を超えて一本の線で繋がっていることへの、静かな感嘆にすぎない。物理でも定理でもなく、ただ、そう感じる、というだけの一節である。

8. 射程（何を示し、何を示さないか）

示すこと（記述的・系譜的）：

- 「対称性の構造が可能・不可能を裁く」という思想の源流はガロアにあり、リーが連続へ拡張し、ネーター（論文80）が物理で結実、論文79の隠れた対称性もその末端である（2-5節）。
- 本物の技術的橋として微分ガロア理論（Picard-Vessiot）がある（4節）——ただしそれも Noether とは別の応用。

示さないこと（禁欲）：

- 新しい数学・定理ではない。ガロア理論・リー群・Noether・微分ガロア理論はすべて標準的。本稿は系譜を描くだけで、定理を加えない。
- ガロアとネーターを同一視しない。離散群（体の拡大）と連続群（微分・物理）は別根（論文58/48）。繋ぐのは思想であって数学的同一ではない。
- 数の語呂合わせをしない。五次不可解の"5"や群の位数を、体系の特別な数（ $n = 2 \cdot \text{次元} \cdot 4\pi$ ）と結びつけない。これは本稿の最重要の禁止事項。
- 新しい予言をしない。標準の数学・物理と同じ内容。ゆえに第2層（構造的・系譜的解釈）にとどまる。第3層（ガロアへの敬意）は非科学の札つきで隔離した。

9. 結論

論文79・80が体現した「対称性が可能なことを統べる」という思想は、200年前のガロアに源流をもつ。方程式が解けるかを、隠れた対称性の群の構造が裁く——この視点の転換が、リーによって連続群へ、ネーターによって物理の保存則へと受け継がれ、いま体系の隠れた対称性（ $SO(4)/SU(3)$ ）と保存則（Noether）に届いている。ガロアが「解の公式の可能性」を群で裁いたように、体系は「保存量・閉軌道の可能性」を群で裁く——同じ問いの立て方の、遠い末裔である。

ただし規律を厳守する：これは思想の系譜であって、ガロア（離散・代数）とネーター（連続・物理）の数学的同一ではない（別根）。技術的な本物の橋は微分ガロア理論だが、それも Noether とは別の応用。そして——五次の"5"のような数を、体系の特別な数と結びつけることは、断じてしない（数値の語呂合わせは、体系が最も戒めてきた誤り）。本稿が差し出せたのは、体系の対称性論文を、ガロア→リー→ネーターという幾何学的物理の大きな系譜のなかに、正しい別根の線引きとともに位置づけたことだけである。一人の青年が決闘の前夜に走り書きした「対称性で可能性を読む」という問いの立て方が、二世紀を超えて、なお生きている——その系譜を、敬意とともに記しておく。

参考文献

1. Ruffini, P. (1799). *Teoria generale delle equazioni*.
2. Abel, N. H. (1824). *Mémoire sur les équations algébriques*.

3. Galois, É. (1846, posth.). *Œuvres mathématiques* (J. Liouville 編) . J. Math. Pures Appl.
4. Lie, S. (1888–1893). *Theorie der Transformationsgruppen*. Teubner.
5. Noether, E. (1918). *Invariante Variationsprobleme*. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, 235–257.
6. Kolchin, E. R. (1973). *Differential Algebra and Algebraic Groups* (Picard–Vessiot／微分ガロア理論) . Academic Press.
7. Yamagishi, Y. (2026). *The Hidden Symmetry Unique to $n=2$ (Laplace–Runge–Lenz)* [論文79]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21732820.
8. Yamagishi, Y. (2026). *Conservation Laws Are the Shadow of Symmetry (Noether)* [論文80]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21732957.
9. Yamagishi, Y. (2026). *Distinct-Roots Discipline for Numerical Coincidences* [論文48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)