

必然性の四つの根 — なぜ量は「決まって」いるのか：位相・対称性・代数・次元という別根のセンサス — [論文86]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

「なぜこの量はこの値に決まっているのか」「なぜこれは可能で、あれは不可能なのか」——物理と数学は、量や構造が"決まっている"理由をいくつも与える。本稿は、その理由が一種類ではなく、はっきり別の根をもつことを、体系の既存論文を横断して一枚のセンサス（分類表）にまとめる。四つの根を区別する。(T) 位相的必然：Gauss–Bonnet $\int_{S^2} K dA = 2\pi\chi(S^2) = 4\pi$ 。値は計量の連続変形に依らず、オイラー標数 χ が決める（論文02/67）。(S) 対称性による必然：Noether の定理。連続対称性 $\leftrightarrow$ 保存量（時間並進 $\rightarrow$ エネルギー、回転 $\rightarrow$ 角運動量）。その下に最小作用（論文80/84）。(A) 代数的必然：Galois。べき根で解けるか否かはガロア群が可解かで決まる（五次以上は不可解、論文85）。(D) 次元的一意性：3次元で球殻質量増加率 dm/dr を半径によらせない指数は $n=2$ ただ一つ（論文01、4次元なら $n=3$ ・論文08）。中心的観察：異なる根から出た量が同じ数値をとることがあるが、それは"同じ理由"を意味しない（別根、論文58/48）。とりわけ——論文13が「力学・電磁気・重力・相対論を貫く」とした 4π は根(T)の位相的な量であって、根(S)の Noether 電荷ではない。両者を混同するのはカテゴリー錯誤である。したがって論文13が手を伸ばした「一つの記述言語」の正直な最終形は、すべてを一つの機構に融合することではなく、必然性の根を正しく分類することである。射程：本稿はセンサス（分類）であり、四つの根を借り物の標準結果として並べるだけで、新しい数学も新しい予言も生まない。四つを一つに統一しない（それが要点）。OS等の比喩は第3層・非科学。

本稿の位置づけ（規律）：本稿は確立された数学・物理（Gauss–Bonnet の定理、Noether の定理、Galois 理論、 $n=2$ 唯一性）の構造的な分類（センサス）である。新しい数学も新しい予言も含まない。四つの根を一つの機構に統一しない——「別の理由がある」と示すことが目的である。数値の一致から根の同一を推論しない（論文58/48 の別根規律）。「宇宙OS」等は第3層の非科学レンズであり、機構の主張ではない。

1. 序：「決まっている」には理由が何種類ある？

物理と数学のいたるところで、私たちは「この量はこう決まっている」「これは必ずこうなる」と言う。だが、その「決まっている」の意味は、いつも同じだろうか。円周を一周すれば 2π 、閉曲面の曲率を積分すれば 4π ——これらは変形しても動かない。エネルギーは時間がたっても保存する。五次方程式には解の公式が「ない」。3次元で逆二乗則だけが特別である。これらはどれも「必然」だが、必然である理由の種類が違う。

本稿は、体系のこれまでの論文を横断し、「なぜ決まっているか」の理由を四つの根に分類する。これは新しい定理ではなく、既に証明された王道の結果を正しい引き出しに整理し直す作業である。そして最後に、この分類が論文13の「一つの記述言語」という願いに、正直な——融合ではなく分類という——答えを与えることを示す。

根	問い	道具（王道）	典型例	体系の論文
(T) 位相	変形しても動かないのはなぜ？	Gauss–Bonnet／オイラー標数	$\int_{S^2} K \, dA = 2\pi\chi = 4\pi$	02・67
(S) 対称性	時間がたっても保存するのはなぜ？	Noether／最小作用	時間並進→ E 、回転→ L	80・84
(A) 代数	可能／不可能を分けるのは何？	Galois／可解群	五次はべき根で解けない	85
(D) 次元	その次元でなぜ一意に決まる？	唯一性定理	3次元で $n = 2$ のみ	01・08

2. 根(T)：位相的必然 — 変形しても動かない

標準的事実（Gauss–Bonnet）

向きづけられた閉曲面 M のガウス曲率 K の積分は、その計量をどう連続変形しても変わらず、オイラー標数 $\chi(M)$ という位相不変量だけで決まる：

$$\int_M K \, dA = 2\pi\chi(M).$$

とくに2次元球面 S^2 では $\chi(S^2) = 2$ ゆえ $\int_{S^2} K \, dA = 4\pi$ 。

ここでの「必然」は変形不変性である。球をどう歪ませても、曲率の総量は 4π から動かない。論文02 (4π 質量相殺) と論文67 ($4\pi = 2\pi\chi(S^2)$) で見たとおり、体系に繰り返し現れる 4π は、この位相・幾何の根に立っている——「立体角の全量」であり「オイラー標数の 2π 倍」である。誰かが対称性を課したから保存するのではなく、連続変形の下で不変だから動かない。

3. 根(S)：対称性による必然 — 時間の中で保存する

標準的事実 (Noether)

作用 $S = \int L dt$ が連続変換のもとで不変であれば、対応する保存量がちょうど一つ存在する。時間並進 → エネルギー E 、空間並進 → 運動量 p 、回転 → 角運動量 L 。位相空間 T^*M の上では、これは $\{G, H\} = 0$ という一つの等式 (運動量写像) の表裏である (論文80)。その土台には最小作用の原理がある (論文84)。

ここでの「必然」は時間発展の中での保存である。根(T)と決定的に違うのは、これが連続対称性という入力をする点だ。対称性がなければ保存量もない (膨張宇宙では時間並進対称性が崩れ、大域的エネルギー保存すら微妙になる)。変形不変 (T) と時間保存 (S) は、どちらも「不変」だが別種の不変である。

4. 根(A)：代数的必然 — 可能と不可能を分ける

標準的事実 (Galois)

多項式方程式がべき根で解ける必要十分条件は、そのガロア群が可解群であること。一般の五次以上の方程式は S_n ($n \geq 5$) が可解でないため、解の公式をもたない (Abel–Ruffini をガロアが群論で説明、論文85)。

ここでの「必然」は可能・不可能の裁定である。値が保存するのでも、変形に耐えるのでもなく、「そもそもできるか／できないか」が、隠れた対称性の群の構造によってあらかじめ決まっている。論文85で見たとおり、これはリーを経て Noether (根S) へ流れ込む思想の源流だが——ガロアの離散群と Noether の連続群は別物であり、根(A)と根(S)は同じ「対称性」という言葉を共有しても、別の根である。

5. 根(D)：次元的一意性 — その次元でただ一つ

標準的事実（唯一性定理）

3次元ユークリッド空間で、べき型密度 $\rho(r) = r^{-n}$ の球殻質量増加率 dm/dr が半径 r に依存しない指数は $n = 2$ ただ一つ（論文01）。4次元では $n = 3$ （論文08）。

ここでの「必然」は次元が課す一意性である。「3次元空間で、ある自然な均一性を要求する」という条件が、指数を $n = 2$ に一点へ絞り込む。これは位相不変でも時間保存でも代数的可解性でもない、第四の根だ。そして $n = 2$ が逆二乗則を、逆二乗則が 4π （根T）を呼ぶ——根どうしは連鎖しうるが、連鎖することと同一であることは違う。

6. 中心的観察：同じ数値でも、同じ根とは限らない

観察 6.1（数値の一致 $\neq$ 根の同一）

異なる根から出た量が、たまたま同じ数値をとることがある。しかしそれは「同じ理由で決まっている」ことを意味しない。値の一致から根の同一を推論してはならない（論文58/48 の別根規律）。必然性を語る時は、まずどの根から来たかを問わねばならない。

観察 6.2（論文13 の 4π は根(T)であって根(S)ではない）

論文13は「力学・電磁気・重力・相対論が 4π を共有する」と述べた。その 4π は、Gauss–Bonnet／立体角に由来する根(T)=位相・幾何の量である。これを Noether の保存量（根S）と同一視するのはカテゴリー錯誤である—— 4π は「連続対称性から時間保存する電荷」ではなく、「連続変形の下で不変な位相量」だからだ。両者はともに「不変」だが別根である。論文13の統一は、対称性の統一ではなく、位相・幾何の共有であった——これを正しく言い直すことが、本稿の最も重要な訂正である。

7. 体系への接続：論文13「一つの記述言語」の正直な最終形

論文13は「物理法則を一つの記述言語に」という願いをもっていた。本稿はその正しい核——「多くの法則が共通の構造を分かち合う」——を、四つの根のセンサスとして精密化する。

正直な最終形はこうだ。「一つの記述言語」とは、すべてを一つの機構へ融合することではなく、「決まっている」の理由を四つの根に正しく仕分ける分類学である。位相(T)・対称性(S)・代数(A)・次元(D)。これらは互い

に連鎖しうるが ($n = 2 \rightarrow$ 逆二乗 $\rightarrow 4\pi$ など)、連鎖は同一ではない。融合を諦めて分類に徹すること——それが、13の美しさを損なわずに、正確さへ昇格させる道である。

著者の私感 (第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない)

体系のレンズ (比喻) では、これら四つの根は「宇宙OSが量を"決める"ときの、四つの異なる決め方」のように見える——変形に耐える定数 (T)、時間の中で守る帳簿 (S)、可能な設計図の選別 (A)、次元が課す既定値 (D)。だがこれは非科学の札つきである。四つを「OSの一機能」に還元したくなる引力は強い。だが「見えてしまう」感覚は署名であって証明ではない。だから本文は、融合ではなく分類にとどめた。ここに書いたのは、機構でも予言でもなく、根を混ぜないという規律への、静かな自戒である。

8. 射程 (何を示し、何を示さないか)

示すこと (記述的・分類的) :

- ・ 「決まっている／必然である」理由は少なくとも四つの別根に分かれる : 位相(T)・対称性(S)・代数(A)・次元(D) (2~5節)。
- ・ 論文13の 4π は根(T)=位相・幾何であり、根(S)=Noether 電荷ではない。同一視はカテゴリー錯誤 (6節)。
- ・ 13の「一つの記述言語」の正直な形は、融合ではなく根の分類である (7節)。

示さないこと (禁欲) :

- ・ 四つの根を一つに統一しない。それが本稿の要点である (統一の主張は論文13で撤回済み)。
- ・ 新しい数学・定理ではない。Gauss-Bonnet・Noether・Galois・唯一性はすべて標準 (または既発表)。分類を与えるだけで定理を加えない。
- ・ 新しい予言をしない。ゆえに第2層 (構造的・分類的解釈) にとどまる。OSの比喻は第3層・非科学として隔離した。
- ・ 四つで尽くしたとは主張しない。「少なくとも四つの別根がある」であり、他の根 (例 : 確率のGleason的必然、論文71) の追加を排除しない。

9. 結論

「決まっている」という一語の下に、実は四つの別の必然が畳み込まれていた——変形に動じない位相(T)、時間の中で保存する対称性(S)、可能と不可能を裁く代数(A)、次元が絞り込む一意性(D)。体系がこれまで別々に証明してきた王道の結果 (02/67・80/84・85・01/08) は、この四つの引き出しにきれいに収まる。

そして最も大切な訂正は、論文13の 4π が位相の根(**T**)に立つのであって、Noether の対称性(**S**)ではない、という一点である。数値が同じでも根は違う（別根、58/48）。「一つの記述言語」という願いの正直な最終形は、すべてを一つに融かすことではなく、必然性の根を混ぜずに数え上げること——このセンスそのものであった。融合の誘惑を手放し、分類に徹する。それが、13で見た美しさを、正確な美しさへと引き継ぐ道である。

参考文献

1. do Carmo, M. P. (1976). *Differential Geometry of Curves and Surfaces* (Gauss–Bonnet の定理) . Prentice-Hall.
 2. Noether, E. (1918). *Invariante Variationsprobleme*. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, 235–257.
 3. Galois, É. (1846, posth.). *Œuvres mathématiques* (J. Liouville 編) . J. Math. Pures Appl.
 4. Yamagishi, Y. (2026). *The Uniqueness Theorem of $n=2$ for Spherically Symmetric Density Distributions* [論文01]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21403186.
 5. Yamagishi, Y. (2026). *The 4π Mass Cancellation Theorem* [論文02]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21403931.
 6. Yamagishi, Y. (2026). *Physical Law as the Description Language of the Universe OS (2nd ed.)* [論文13]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21404917.
 7. Yamagishi, Y. (2026). *Distinct-Roots Discipline for Numerical Coincidences* [論文58/48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747; 10.5281/zenodo.21602525
 8. Yamagishi, Y. (2026). *$4\pi = 2\pi\chi(S^2)$: the Euler-Characteristic Door* [論文67]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21642170.
 9. Yamagishi, Y. (2026). *Conservation Laws Are the Shadow of Symmetry (Noether)* [論文80]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21732957.
 10. Yamagishi, Y. (2026). *The Principle of Least Action* [論文84]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21741231.
 11. Yamagishi, Y. (2026). *From Galois to Noether: Symmetry as the Arbiter of the Possible* [論文85]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21741344.
-

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)