

# 共鳴胴の響く高さは、長さで決まる管の共鳴と違い、体積と穴の比で決まり、形に依らない

— 体積を **2** 倍にすると高さは **0.707107** 倍、穴の半径を **2** 倍にすると **1.426423** 倍になる — 分離子は、いちばん長い寸法を問うか、体積と穴の面積を問うか — [論文888]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/888>

— *From thinking to syncing.* —

## 要旨

楽器の胴が低い音で響くのは、胴が大きい（長い）からだ、と思しやすい。本稿は、穴の開いた空洞の響く高さが、長さで決まる管の共鳴とは別のもので決まることを数える。新しい定理も法則も主張しない。第一に、穴の開いた空洞には、波長よりずっと小さいまま低く響く高さがある。体積 **0.01 m<sup>3</sup>**・穴の半径 **0.05 m** で **163.086441 Hz**、波長 **2.103179 m** である（第2節）。第二に、これが本稿の芯である。同じ体積なら、形が違っても響く高さは同じである。立方体と細長い箱でどちらも **163.086441 Hz** だが、いちばん長い辺の半波長の高さは **796.032485 Hz** と **343.000000 Hz** で、**2.320794** 倍違う（第2節）。第三に、体積を大きくすると低く、穴を大きくすると高くなる。体積 **2** 倍で **0.707107** 倍、穴の半径 **2** 倍で **1.426423** 倍、**0.5** 倍で **0.695353** 倍である（第3節）。第四に、穴の効き方は面積だけではない。穴の半径を **2** 倍にすると面積は **4** 倍だが、首の空気の長さも伸びるので、高さは  $\sqrt{2}$  倍をわずかに超える **1.426423** 倍にとどまる（第3節）。第五に、式は動かした値と合う。首の空気を質量、空洞の空気をばねとして動かし、零点を数えると **163.086529 Hz** で、式と **0.000088 Hz** 以内で一致した（第2節）。第六に、分離子は、いちばん長い寸法を問うか、体積と穴の面積を問うかである。管の共鳴は長さを、空洞の共鳴は体積と穴を見ている（第4節）。キーワード：ヘルムホルツ共鳴、共鳴胴、空洞、穴の面積、管の共鳴。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない。ヘルムホルツ共鳴の式、首の長さを穴の半径で補う近似、管の共鳴が長さで決まることは、いずれも音響学で既知である。実在の楽器を主張しない。体積・穴・板の厚さは模型の値で、どのギターにもどの太鼓にも対応しない。板の振動を入れない。胴の板が振動して空洞と結びつくこと、壁で音が吸われることは入れない。範囲を限った。空洞が波長に比べて十分小さいときだけを扱う。首の補正の係数 1.7 は代表的な置き方の一つである。既刊との関係：論文857 は、音の高さは張力と重さの比しか見ないが、楽器にかかる力は張力そのものであることを示した。本稿はその隣に置く。あちらは弦で、張力と重さの比が高さを決めた。ここでは空洞で、体積と穴の比が高さを決め、形は効かないことを数える。加えたのは、同じ体積の二つの形で空洞の高さと長い辺の高さを並べたこと、体積と穴の半径を変えて高さの倍率を測ったこと、首と空洞を動かして式と突き合わせたこと、分離子を「長い寸法か、体積と穴か」に置いたことである。

## 1. 記法と問い

設定：体積  $V$  の空洞に、半径  $r$  の穴が厚さ  $t$  の板に開いているとする。穴の中の空気（首）が質量として、空洞の空気がばねとして働き、首の実際の長さは穴の半径で補う。

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V L_{\text{eff}}}}, \quad A = \pi r^2, \quad L_{\text{eff}} = t + 1.7 r, \quad f_{\text{管}} = \frac{c}{2L_{\text{max}}}$$

$c = 343 \text{ m/s}$ 、空気の密度  $1.2 \text{ kg/m}^3$  とした。 $f_{\text{管}}$  は、いちばん長い辺  $L_{\text{max}}$  の半波長で決まる高さである。空洞の高さは、式と、首の空気を質量・空洞の空気をばねとして  $10^{-6}$  秒刻みで動かし零点を数えた値の二通りで出した。

問い：共鳴胴の響く高さは、何で決まるのか。

## 2. 空洞の高さと、長さの高さ

計算 2.1：体積  $0.01 \text{ m}^3$  の立方体と細長い箱で、空洞の高さといちばん長い辺の高さを出した（穴の半径  $0.05 \text{ m}$ ・板の厚さ  $0.003 \text{ m}$ ）。

| 形    | 寸法 (m)          | 空洞の高さ (Hz) | 長い辺の半波長 (Hz) |
|------|-----------------|------------|--------------|
| 立方体  | 0.2154 立方       | 163.086441 | 796.032485   |
| 細長い箱 | 0.5 × 0.2 × 0.1 | 163.086441 | 343.000000   |

### 観察 2.2

これが本稿の芯である。同じ体積なら、形が違ってても空洞の響く高さは同じである。立方体と細長い箱で、空洞の高さはどちらも **163.086441 Hz** だった。一方、いちばん長い辺で決まる高さは **796.032485 Hz** と **343.000000 Hz** で **2.320794** 倍違う。空洞の共鳴は長さを見ず、体積と穴だけを見ている。

### 観察 2.3

空洞の高さは、波長よりずっと小さいまま低い。**163.086441 Hz** の波長は **2.103179 m** で、空洞の寸法よりずっと長い。首と空洞を動かして零点を数えた高さは **163.086529 Hz** で、式との差は **0.000088 Hz** だった。

## 3. 体積と穴

計算 3.1：体積と穴の半径を変えて、高さの倍率を出した。

| 変えたもの             | 高さ (Hz)           | 元に対する倍率         |
|-------------------|-------------------|-----------------|
| 体積 <b>2</b> 倍     | <b>115.319529</b> | <b>0.707107</b> |
| 穴の半径 <b>2</b> 倍   | <b>232.630223</b> | <b>1.426423</b> |
| 穴の半径 <b>0.5</b> 倍 | <b>113.402727</b> | <b>0.695353</b> |

### 観察 3.2

体積を大きくすると低く、穴を大きくすると高くなる。体積 **2** 倍でちょうど  $1/\sqrt{2}$  倍、穴の半径 **2** 倍で **1.426423** 倍である。穴の半径を **2** 倍にすると面積は **4** 倍になるが、半径で補う首の長さも伸びるので、高さは **2** 倍ではなく、 $\sqrt{2}$  をわずかに超えるところにとどまる。

## 4. 分離子

### 観察 4.1

分離子は、いちばん長い寸法を問うか、体積と穴の面積を問うかである。管の共鳴は長さで決まり、形を変えると高さが変わる。空洞の共鳴は、空気全体がばねとしてまとめて縮むので、体積と穴で決まり、形を変えても高さは変わらない。胴が低く響くのは長いからではなく、体積に比べて穴が小さいからである。

### 観察 4.2

論文857の隣に置く。857は、音の高さが張力と重さの比しか見ないことを示した。弦では張力と重さの比が高さを決めた。ここでは空洞で、穴の面積と体積と首の長さの比が高さを決める。どちらも、目立つ大きさそのものではなく比が高さを決める。

### 観察 4.3

言わないこと。実在の楽器の値も、胴の板の振動との結びつきも、壁の吸音も扱わない。示したのは、空洞の響く高さが体積と穴で決まり、形に依らないということである。

## 5. 点呼と結び

1.  $f = (c/2\pi)\sqrt{A/(VL_{\text{eff}})}$  (第1節)：ヘルムホルツ共鳴。
2. **163.086441 Hz** (計算 2.1)：体積 **0.01 m<sup>3</sup>**。
3. 波長 **2.103179 m** (観察 2.3)：空洞よりずっと長い。
4. 立方体と細長い箱で同じ高さ (観察 2.2)：本稿の芯。
5. 長い辺の高さは **2.320794** 倍違う (観察 2.2)：形で変わる。
6. 体積 **2** 倍で **0.707107** 倍 (計算 3.1)： $1/\sqrt{2}$ 。
7. 穴の半径 **2** 倍で **1.426423** 倍 (計算 3.1)：首も伸びる。
8. 穴の半径 **0.5** 倍で **0.695353** 倍 (計算 3.1)：低くなる。
9. 動かした値と **0.000088 Hz** 以内 (観察 2.3)：別々の出し方。
10. 長い寸法か、体積と穴か (観察 4.1)：分離子・論文857。

結び：共鳴胴の響く高さは、長さで決まる管の共鳴と違い、体積と穴の比で決まり、形に依らない。体積  $0.01 \text{ m}^3$ ・穴の半径  $0.05 \text{ m}$  の空洞は、立方体でも細長い箱でも **163.086441 Hz** で響き、いちばん長い辺で決まる高さは **2.320794** 倍違うのに、空洞の高さは変わらない。空洞の空気はまとめて縮むばねとして働き、長さではなく体積で効くからである。体積を 2 倍にすると **0.707107** 倍、穴の半径を 2 倍にすると **1.426423** 倍になり、首と空洞を動かした値は式と **0.000088 Hz** 以内で合う。胴が低く響くのは、長いからではなく、体積に比べて穴が小さいからである。既刊との位置：論文857 の「高さは張力と重さの比しか見ない」の隣に、空洞の高さが体積と穴の比しか見ないことを置いた。正直に言えば、寸法は模型の値で、板の振動も吸音も入れず、空洞が波長より小さい範囲だけを扱った。

## 参考文献

---

1. Fletcher, N. H., & Rossing, T. D. (1998). *The Physics of Musical Instruments* (2nd ed.). Springer.
2. Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppers, A. B., & Sanders, J. V. (2000). *Fundamentals of Acoustics* (4th ed.). Wiley.
3. 山岸勇輝 (2026). 『音の高さは張力と重さの比しか見ないが、楽器にかかる力は張力そのものである』 [論文857]. YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/857>

---

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)