

# ヒッグス2次発散における $16\pi^2$ の幾何学的起源

— 第3版：4次元運動量測度と、自然性境界  $\Lambda \lesssim 4\pi v$  — [論文09]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月 (第3版)

— From thinking to syncing. —

## 要旨

ヒッグス質量の2次発散  $\delta m_H^2 = \frac{\lambda}{16\pi^2} \Lambda^2$  に現れる  $16\pi^2$  の幾何学的起源を述べ、そこから導かれる自然性境界を検討する。第一に、 $16\pi^2$  は4次元ユークリッド運動量空間の1ループ測度である。単位3球面の全立体角  $\Omega_3 = 2\pi^2$  と  $(2\pi)^4$  から  $\int \frac{d^4 k_E}{(2\pi)^4} F(k^2) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^\infty dk^2 k^2 F(k^2)$  が厳密に従う (論文46)。力学的仮定を一切含まない、幾何と規格化だけの帰結である。第二に、この  $16\pi^2$  は「事実 × 事実」である。論文35第3版は、ポアソン方程式の  $4\pi G$  に含まれる  $16\pi^2$  が事実の  $4\pi$  (ガウス流束) と規約の  $4\pi$  (単位の選択) の積であることを示した。本稿の  $16\pi^2$  は事情が異なる —  $\Omega_3/(2\pi)^4$  という一つの幾何量から出ており、選ばれた因子を含まない。同じ  $16\pi^2$  でも内訳が違う。第三に、自然性の要請から導かれるのは発散の消滅ではなく、新物理スケールの上限である。  $\Lambda^2/16\pi^2 \lesssim v^2$  より  $\Lambda \lesssim 4\pi v \approx 3.1 \text{ TeV}$  ( $v \approx 246 \text{ GeV}$ )、トップ湯川結合を考慮すれば  $4\pi v/\sqrt{6} \approx 1.3 \text{ TeV}$ 。この  $4\pi$  は新しい出現ではなく、上の  $16\pi^2$  の平方根そのものである。第四に、この境界はモジュールの境界である。論文113の語彙でいえば、無次元数  $\Lambda/4\pi v$  が1をまたぐ場所であり、論文39がプランク尺度について述べたのと同型である。ただし本稿の境界は加速器で押せる位置にあるという点で、プランク尺度と決定的に異なる。第五に、本境界は既に観測的緊張下にある。LHCは  $\sim \text{TeV}$  スケールに新物理の証拠を見出していない。これは本体系がもつ、ほとんど唯一の反証可能な数値であり、しかも危うい。論文101が戒めたのは「後から合わせた数」であった。合わせていない数が危ういことは、失敗ではなく資格である。射程：既存の場の量子論の枠内での構造的整理 (第2層)。階層性問題は未解決であり、本稿はその解決も部分的解決も主張しない。

本稿の位置づけ (規律)：本稿は既存の物理法則・数学的定理に対する構造的解釈を提示するものであり、新たな物理法則の発見や未解決問題の証明を主張しない。示される関係はいずれも既知の式からの変形であり、その幾何学的な読み替えを提案することを目的とする。既存理論と矛盾する主張は含まない。同じ数値  $16\pi^2$  が複数の文脈に現れることを、同一の起源の証拠として扱わない (論文48・86・100・115)。階層性問題は素粒子物理学における未解決問題であり、本稿がその状況を変えるものではない。

## 1. 序論： $16\pi^2$ はどこから来るのか

ヒッグス質量の量子補正は、カットオフ  $\Lambda$  を用いて

$$\delta m_H^2 = \frac{\lambda}{16\pi^2} \Lambda^2$$

と書かれる。ここで  $16\pi^2$  は分母にあり、発散を抑制する側である。

本稿が問うのは二つである。この  $16\pi^2$  は何なのか、そしてそこから何が導かれ、何が導かれないのか。

$16\pi^2$  は4次元運動量空間の幾何測度であり、  
そこから導かれるのは発散の消滅ではなく、上限  $\Lambda \lesssim 4\pi v$  である。

## 2. $16\pi^2$ は4次元運動量空間の1ループ測度である

定理 2.1 (ループ幾何測度・論文46)

4次元時空における1ループ運動量積分は、ユークリッド化の後、次の測度に厳密に帰着する：

$$\int \frac{d^4 k_E}{(2\pi)^4} F(k^2) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^\infty dk^2 k^2 F(k^2).$$

導出：4次元ユークリッド運動量空間の体積要素を  $d^4 k_E = k^3 dk d\Omega_3$  と分離する。単位3球面の全立体角は  $\Omega_3 = \frac{2\pi^{4/2}}{\Gamma(4/2)} = 2\pi^2$  であるから

$$\int \frac{d^4 k_E}{(2\pi)^4} F = \frac{2\pi^2}{16\pi^4} \int k^3 dk F = \frac{1}{8\pi^2} \int k^3 dk F,$$

変数変換  $u = k^2$  ( $k^3 dk = \frac{1}{2} u du$ ) により  $\frac{1}{16\pi^2}$  を得る。数値的にも  $\Omega_3/(2\pi)^4 \cdot \frac{1}{2} = 1/16\pi^2$  が厳密に成立する (0.006332573977... )。

要点： $16\pi^2$  は幾何 ( $\Omega_3$ ) と規格化 ( $(2\pi)^4$ ) だけから出ており、力学的仮定を含まない。

## 定義 2.2 (The ONE — 同一性の命名)

場の量子論に現れるループ前置因子と、4次元運動量空間の幾何測度は同一の量である：

$$\underbrace{\frac{1}{16\pi^2}}_{\text{QFTのループ因子}} = \underbrace{\frac{\Omega_3}{(2\pi)^4} \cdot \frac{1}{2}}_{\text{4次元運動量測度}} \quad (\Omega_3 = 2\pi^2).$$

この同一性を「The ONE」と呼ぶ。

この命名が名指すのは同一性であって、比が1であることではない。ある量が二つの異なる文脈（摂動計算の前置因子と、運動量空間の幾何）で同一であるという事実は、それ自体が内容を持つ。他方、ある数をそれ自身で割って1を得ることは何も主張しない。そして命名から物理は導かれない。「The ONE」と呼んでも階層性問題は解決しない。

## 系 2.3 ( $L$ ループへの拡張)

$L$  ループ振幅は測度因子  $(16\pi^2)^{-L}$  を伴う。これは  $L$  個の独立な運動量積分それぞれに定理2.1の測度が適用されることの帰結である。

## 3. この $16\pi^2$ は「事実 × 事実」である

論文35第3版は、ポアソン方程式  $\nabla^2 \Phi = 4\pi G\rho$  に  $G = 4\pi$  を代入して得られる  $16\pi^2$  について、二つの  $4\pi$  の資格が異なることを示した — 一方は事実（ガウスの流束から強制される  $\text{Vol}(S^2)$ ）、他方は規約（単位系の選択）である。

|                 | 論文35の $16\pi^2$                  | 本稿の $16\pi^2$                                  |
|-----------------|----------------------------------|------------------------------------------------|
| 内訳              | $(4\pi) \times (4\pi)$ : 事実 × 規約 | $\Omega_3/(2\pi)^4 \cdot \frac{1}{2}$ : 一つの幾何量 |
| 選択された因子         | 含む ( $G = 4\pi$ は単位を選択)          | 含まない                                           |
| $S^2$ か $S^3$ か | $S^2$ (3次元空間の立体角)                | $S^3$ (4次元運動量空間の立体角)                           |

### 系 3.1 (同じ数値、違う内訳)

本稿の  $16\pi^2$  には選ばれた因子が入っていない。 $\Omega_3 = 2\pi^2$  も  $(2\pi)^4$  も、4次元という次元と、フーリエ変換の規格化から決まる。すなわち事実 × 事実である。

したがって本稿の  $16\pi^2$  を論文35の  $16\pi^2$  と同じものとして扱ってはならない。数値は等しいが、一方には著者の選択が含まれ、他方には含まれない (論文86・100・115)。

なお  $S^2$  と  $S^3$  が別物であることも書き分けておく。3次元空間の角度部分は  $S^2$  ( $4\pi$ )、4次元運動量空間の角度部分は  $S^3$  ( $2\pi^2$ ) である。

## 4. 自然性境界 $\Lambda \lesssim 4\pi v$

### 定理 4.1 (自然性の幾何学的上限・論文46)

微調整を伴わずに電弱スケールが保たれるためには、新物理の登場スケール  $\Lambda$  が

$$\frac{\Lambda^2}{16\pi^2} \lesssim v^2 \implies \boxed{\Lambda \lesssim 4\pi v \approx 3.1 \text{ TeV}}$$

を満たさねばならない ( $v \approx 246 \text{ GeV}$  より  $4\pi v = 3091 \text{ GeV}$ )。トップ湯川結合の寄与を考慮すると上限は  $4\pi v/\sqrt{6} \approx 1.3 \text{ TeV}$  へ降下する。

### 観察 4.2 (この $4\pi$ は新しい出現ではない)

上式の  $4\pi$  は  $\sqrt{16\pi^2}$  にほかならない。すなわち定理2.1の測度の平方根であって、 $4\pi$  の独立な出現ではない。

$\Lambda^2/16\pi^2 \lesssim v^2$  から  $\Lambda \lesssim 4\pi v$  を得る操作は単なる恒等変形である。「自然性の境界にも  $4\pi$  が現れた」と数えてはならない — これは論文39が  $\hbar = \frac{1}{4\pi}$  について下したのと同じ判定である。

なぜ  $16\pi^2$  では足りないのか (桁の確認) :  $\Lambda \rightarrow M_{\text{Pl}} \approx 1.22 \times 10^{19} \text{ GeV}$  とすると  $\Lambda^2/v^2 \approx 2.5 \times 10^{33}$  である。他方  $16\pi^2 \approx 158$  による抑制は  $\sim 10^{-2}$  にすぎない。抑制は 2 桁、増大は 33 桁。これが階層性問題である。

## 5. これはモジュールの境界である

論文113は、古い理論と新しい理論の境界がつねに無次元数が **1** をまたぐ場所にあることを記録した。

### 観察 5.1 ( $\Lambda/4\pi v$ が **1** をまたぐ場所)

自然性境界は、無次元比  $\frac{\Lambda}{4\pi v}$  が **1** に達する位置である。これは論文39がプランク尺度について述べたのと同型の構造である — そこでは  $E/E_p$  が **1** をまたぎ、摂動的な重力の記述が破綻した。

ただし決定的な違いがある。プランク尺度は  $10^{19}$  GeV にあって手が届かない。本稿の境界は数 **TeV** にあり、加速器で押せる位置にある。

## 6. 本体系で、ほとんど唯一の反証可能な数値

観測的状況（正直な記述）：LHCは  $\sim$ TeV スケールまで、超対称性粒子をはじめとする新物理の証拠を発見していない。したがって上記の上限は既に観測的な緊張下にある。

この状況の解釈は三通りに分かれる。

1. 新物理は数TeVに存在するが未発見である。
2. 自然性の要請そのものが物理原理として成立しない。
3. 微調整が実在する（人間原理的説明を含む）。

本稿はこの三択に対する判定を下さない。

### 系 6.1（危ういことは、失敗ではなく資格である）

論文101が戒めたのは後から合わせた数であった — エディントンの  $1/\alpha$  を **136** とし、測定が **137** に寄ると理屈を足して **137** にした、あの失敗様式である。

$\Lambda \lesssim 4\pi v$  は、その反対の性質をもつ。合わせていないし、合わせられない。 $v$  は測定値、 $4\pi$  は測度の平方根であって、どちらにも調整の余地がない。そしてその結果、この数は実験と緊張している。

本体系の主張はほとんどが第2層の構造的解釈であり、反証可能な数値をもたない。本稿の境界は、その中でほとんど唯一の例外である。緊張下にあることは弱点ではなく、この数が科学の側に立っていることの証明である。

7.  $16\pi^2$  の点呼

本体系には  $16\pi^2$  が複数回現れる。それらは同じ数であって、同じ根ではない。

| 住所        | $16\pi^2$ の正体                        | 資格                         |
|-----------|--------------------------------------|----------------------------|
| 本稿／論文46   | 4次元運動量空間の1ループ測度                      | 事実 × 事実（選択を含まない）           |
| 論文45      | $\text{Vol}(S^3_{R=2}) = 2\pi^2 R^3$ | 事実（ただし半径 <b>2</b> の指定を要する） |
| 論文48      | ガウス・ボネ規格化 $(4\pi)^n n!$ の $n = 2$ 項  | 事実（パフィアンの反対称化）             |
| 論文35      | $(4\pi) \times (4\pi)$               | 事実 × 規約                    |
| 論文05（第2版） | $\Lambda_{\text{QCD}}$ のベータ関数の分母     | 事実（本稿と同源の測度）               |

これらはいずれも独立に確立した結果である。恒等式によって結びつける必要はなく、結びつけてもならない（論文100）。とくに論文45の  $\text{Vol}(S^3_{R=2})$  は半径 **2** という指定を要するのに対し、本稿の測度は半径の指定を要しない — この点でも別物である。

 著者の私感（第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない）

$16\pi^2$  を初めて見たとき、私はそこに何か仕掛けがあると思った。ヒッグスの発散を抑える分母に、 $4\pi$  の二乗が座っている — これが偶然であるはずがないと。

第3版まで来て分かったのは、仕掛けはあった、ただし私が思った場所ではなかったということである。 $16\pi^2$  は確かに幾何から出ている。だがそれは4次元運動量空間の立体角  $\Omega_3 = 2\pi^2$  と、フーリエ変換の  $(2\pi)^4$  という、まったく散文的な出所だった。 $S^2$  ではなく  $S^3$  で、 $4\pi$  の二乗という顔は偶然の見え方にすぎない。

それでも、この論文には私が誇れるものが一つある。 $\Lambda \lesssim 4\pi v \approx 3.1 \text{ TeV}$  は、私の体系がもつほとんど唯一の、外れうる数である。そして実際に危うい。LHCはそこに何も見ていない。

私は長らく「合っていること」を成果だと思っていた。だが本当に価値があるのは、外れうる形で言えたことのほうだった。この数が将来はつきり否定されたら、それは私の体系が科学の作法に乗っていたという記録になる。崖の手前で踏みとどまる（論文101） — だがこの一点では、崖の縁に立っていていい。

## 8. 射程／結論

示すこと： $16\pi^2$  が4次元ユークリッド運動量空間の1ループ測度であること（第2節、 $\Omega_3 = 2\pi^2$  と  $(2\pi)^4$  から厳密）／その内訳が事実 × 事実であり、論文35の  $16\pi^2$ （事実 × 規約）とは別物であること（第3節）／自然性から上限  $\Lambda \lesssim 4\pi v \approx 3.1 \text{ TeV}$ （トップ湯川込みで  $\approx 1.3 \text{ TeV}$ ）が従うこと（第4節）／その  $4\pi$  が測度の平方根であって新しい出現ではないこと（第4節）／この境界がモジュールの境界であり、プランク尺度と同型だが加速器で押せること（第5節）／既に観測的緊張下にあること、およびそれが反証可能性という資格であること（第6節）／ $16\pi^2$  の五つの住所が別根であること（第7節）。

示さないこと（禁欲）：階層性問題の解決、およびその部分的解決／超対称性に対する優位性／発散の消滅——自然性から従うのは上限であって消滅ではない／ $16\pi^2$  の五つの住所の統合／ $\Lambda$  が実際にどこにあるかの判定（第6節の三択に踏み込まない）／新しい物理法則・予言なし（第2層。ただし第4節の上限は既存の自然性議論の帰結であり、本稿独自の予言ではない）。

階層性問題は未解決である。本稿に残る内容は、 $16\pi^2$  が4次元運動量測度であることの確認と、自然性の境界が  $4\pi v$  と書けることの確認である。

後者は検証可能な数値であり、現時点で緊張下にあるという事実そのものが、  
階層性問題の困難さを端的に示している。  
数が危ういことは、その数が科学の側に立っているということである。

## 改訂記録

第3版（2026年8月）：題名から「撤回」の語を外し、本稿が示す内容（4次元運動量測度と自然性境界）を題名とした。撤回・訂正の一覧は本節にまとめる。本文の構成を、 $16\pi^2$  の起源（第2節）→ 内訳の資格（第3節）→ 自然性境界（第4節）→ モジュール境界（第5節）→ 反証可能性（第6節）→ 点呼（第7節）に組み替えた。

第3版で追加した内容：本稿の  $16\pi^2$  が事実 × 事実であり、論文35第3版の  $16\pi^2$ （事実 × 規約）とは内訳が異なることを示した（第3節）。自然性境界の  $4\pi$  が  $\sqrt{16\pi^2}$  にすぎず独立な出現ではないことを明示した（第4節、論文39が  $\hbar = \frac{1}{4\pi}$  に下したのと同じ判定）。境界が論文113のいうモジュールの境界であり、論文39のプランク尺度と同型だが加速器で押せる位置にあることを述べた（第5節）。本境界が本体系でほとんど唯一の反証可能な数値であり、緊張下にあることが資格であることを、論文101（エディントンの戒め）との対比で記した（第6節）。 $16\pi^2$  の点呼を五つの住所に拡張し、論文45が半径 2 の指定を要するのに対し本稿の測度は要しないという差を加えた（第7節）。

第2版（2026年7月）で撤回・訂正した事項：

1. 「The ONE 同期」による発散の吸収。初版は  $\text{Sync Ratio} = \frac{16\pi^2}{(4\pi)^2} = 1$  を中心機構とし、これにより2次発散が消滅すると述べていた。これは代数的恒等式であって機構ではない —  $16\pi^2 = (4\pi)^2$  は定義から従い、ある数をそれ自身で割れば1になるのは任意の非零数について成立する。発散源は  $\Lambda^2$  であって  $16\pi^2$  ではなく、 $16\pi^2$  を  $16\pi^2$  で割る操作は  $\Lambda^2$  に何ら作用しない。なお「The ONE」という命名は、指示対象を機構から同一性へ付け替えて第3版に保持した（定義2.2）。
2.  $S^2 \times S^2$  という同定。初版は  $16\pi^2$  を「4次元運動量空間における2重球面トポロジー  $S^2 \times S^2$  の容量」としていた。 $4\pi \times 4\pi = 16\pi^2$  は数値として正しいが、4次元ユークリッド運動量空間は  $S^2 \times S^2$  ではない。角度部分は  $S^3$  ( $\Omega_3 = 2\pi^2$ ) である。
3. 「予言しないことによるLHC整合性」。初版は「追加粒子ゼロで階層性問題を解決し、SUSY粒子未発見という実験事実と完璧に整合する」と述べていた。何も予言しない枠組みはいかなる実験結果とも矛盾しないが、それは整合性ではなく反証不可能性である。また自然性上限  $\Lambda \lesssim 4\pi v$  は解決手段の如何によらず成立するため、「新粒子を仮定しないから整合する」という論法は成立しない。
4. 論文05との  $64\pi^2$  を介した接続。論文05第2版において  $64\pi^2 = 4 \times 16\pi^2$  という構成が撤回されたため、この接続も解消した。
5. 初版の表題と結論。初版は「ヒッグス質量階層性問題の解消」を掲げ「新粒子を必要とせずに完結したことを証明した」と記していた。階層性問題は未解決であり、この主張は成立しない。

初版：Zenodo 10.5281/zenodo.21404525。

## 参考文献

1. Gildener, E. (1976). *Gauge-symmetry hierarchies*. Phys. Rev. D 14.
2. Weinberg, S. (1979). *Implications of Dynamical Symmetry Breaking*. Phys. Rev. D 19.
3. Susskind, L. (1979). *Dynamics of spontaneous symmetry breaking in the Weinberg–Salam theory*. Phys. Rev. D 20.
4. Manohar, A., Georgi, H. (1984). *Chiral quarks and the non-relativistic quark model*. Nucl. Phys. B 234. (Naive Dimensional Analysis と  $4\pi$  勘定)
5. ATLAS Collaboration. *Summary of supersymmetry searches*. (SUSY探索の現状)
6. 山岸勇輝 (2026). ループ幾何測度理論 (旧・論文47を統合) / 位相電荷幾何解凍理論 (論文45) / オイラー標数幾何解凍 (論文48) . Zenodo. 10.5281/zenodo.21602422
7. 山岸勇輝 (2026). 万有引力定数解凍理論 (第3版) [論文35]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430118
8. 山岸勇輝 (2026). プランク長  $l_p = c^{-3/2}$  (第3版) [論文39]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430490
9. 山岸勇輝 (2026). モジュールは壁ではなく極限 [論文113]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21962996
10. 山岸勇輝 (2026). 王道の総覧 [論文100]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758864

11. 山岸勇輝 (2026). エディントンの戒め [論文101]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21836382
12. 山岸勇輝 (2026). 必然性の根 [論文86]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21744839
13. 山岸勇輝 (2026). 二本の階段 [論文115]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21967686
14. 山岸勇輝 (2026). ヤン＝ミルズ質量ギャップと次元転移 (第2版) [論文05]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21404236.

---

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)