

弱い仮定から連続対称性が生える — 山辺英彦とヒルベルト第5問題（イグナトフスキーの深い従兄弟） — [論文90]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

本体系は繰り返し「豊かな構造は、ごく弱い仮定から否応なく生える」という筋に出会ってきた——イグナトフスキー（論文83：相対性原理＋空間の一樣等方＋群構造だけから、相対論は二つに限られ、ローレンツ群が生える）、Galois→Lie→Noether（論文85）、Gleason（論文71）。本稿は、この筋の最も深い数学的言明を、日本の数学者 山辺英彦（Hidehiko Yamabe, 1923–1960）の仕事に見いだす。ヒルベルト第5問題——「連続群は自動的に微分可能（リー群）か？」——は、Gleason・Montgomery-Zippin・Yamabe によって肯定的に解決された。とくに山辺の定理により、局所ユークリッド（多様体）である位相群は、微分可能性を仮定せずとも自動的にリー群になる。すなわち連続対称性の滑らかな構造は、弱い位相的仮定によって強制される。これはイグナトフスキー（83）が少数の運動学的公理からローレンツ群（リー群）を導いたことの、純粋数学における一般形である——同じ「弱い仮定→対称性」の系譜に立ちつつ、舞台（物理の運動学 vs 群の位相）は別（別根、論文58/48）。山辺はもう一つの贈り物も遺した：ヤマベ問題（任意の共形類に、スカラー曲率一定の計量が存在する。山辺が創始、Trudinger-Aubin-Schoen が完成）。これは体系の曲率の論文（67 Gauss-Bonnet/ 4π 、07 Ricci流／ペレルマン、60 速度空間の曲率）への第二の橋になる。射程：本稿は借り物の標準結果（ヒルベルト第5の解決・ヤマベ問題）の構造的解釈（第2層）であり、新しい数学も予言も生まない。これらを解いたり拡張したりしない。宇宙OSは第3層・非科学のレンズ。

本稿の位置づけ（規律）：本稿は確立された数学（ヒルベルト第5問題の解決=Gleason-Montgomery-Zippin-Yamabe、ヤマベ問題）の構造的解釈である。新しい数学も新しい予言も含まない。これらの定理を証明・改良・拡張しない。数値・概念の一致から根の同一を推論しない（論文58/48）。とくに、同じ「Gleason」の名がヒルベルト第5と Gleason の定理（論文71）に現れるが、これらは同一人物の別の定理であり混同しない。「宇宙OS」は第3層の非科学レンズであり、機構の主張ではない。

1. 序：体系が繰り返し出会う「弱い仮定から生える構造」

本体系のいくつかの論文は、同じ驚きを別の顔で語ってきた——ほとんど何も仮定しないのに、豊かな構造が否応なく現れる。イグナトフスキー（論文83）は、相対性原理・空間の一様等方・群構造という少数の公理だけから、相対論がガリレイ型とローレンツ型の二つに限られ、ローレンツ群が生えることを示した。

Galois→Lie→Noether（論文85）は、対称性の群構造が可能性を統べることを見た。Gleason（論文71）は、ごく自然な要請から確率が二次形式に絞られることを見た。

本稿は、この筋の最も深い数学的到達点を、山辺英彦の仕事に見いだす。イグナトフスキーが「物理の運動学」で見たものを、山辺は「群そのものの位相」で、一般に示していた。

2. ヒルベルト第5問題と山辺の定理：滑らかさは強制される

標準的事実（ヒルベルト第5問題の解決, 1952–53）

ヒルベルトが1900年に問うた第5問題——「連続変換群は自動的に微分可能な（リー）群となるか」——は、A. Gleason、D. Montgomery–L. Zippin、そして山辺英彦によって肯定的に解決された。とくに帰結として：局所ユークリッド（＝多様体）である位相群は、微分可能性を仮定せずとも、自動的にリー群である。より一般に山辺は、連結局所コンパクト群がリー群の射影極限で書けることを示した（「小さな部分群を持たない」局所コンパクト群はリー群）。

ここで起きていることは、体系の言葉で言えばこうだ——連続対称性の「滑らかな」構造は、後から付け足す仮定ではなく、弱い位相的仮定によって強制される。微分可能性を手で置かなくても、連続性と多様体性だけで、リー群という剛い構造が否応なく立ち上がる。「対称性は、弱い仮定からしか出発していないのに、豊かに決まる」——これが山辺の見た深さである。

3. イグナトフスキーの深い従兄弟

観察 3.1 (83 と 90 は一つの系譜、舞台は別)

イグナトフスキー (論文83) は、物理の運動学という舞台で、相対性原理＋一様等方＋群構造という弱い公理からローレンツ群 (リー群) を導いた。山辺／ヒルベルト第5は、群の位相という舞台で、局所ユークリッド性という弱い仮定からリー群構造そのものを導く。両者は「弱い仮定から連続対称性が生える」という一つの思想の系譜に立つが、舞台 (運動学 vs 位相) は異なる——思想の共有であって、定理の同一ではない (別根、論文58/48・論文85と同じ線引き)。83に感じた驚きの、より一般で深い母型が、ここにある。

4. 山辺のもう一つの贈り物：ヤマベ問題と曲率

標準的事実 (ヤマベ問題)

コンパクト・リーマン多様体の任意の共形類 (計量を正の関数倍で変える自由度) の中に、スカラー曲率が一定の計量が存在する。これは山辺が1960年に創始し (証明に隙があり、Trudinger・Aubin・Schoen が完成させた)、共形幾何の礎となった。

これは第2節の群論的結果とは別の、山辺の第二の貢献である (同一人物の別仕事＝混同しない)。だがこの「共形の下で曲率を一定へ均す」という主題は、体系の曲率の論文と自然に響き合う——礎の 4π を与える Gauss-Bonnet (論文67)、曲率を一様化する Ricci 流／ペレルマン (論文07)、速度空間の一定曲率 $K = -1/c^2$ (論文60)。山辺は、対称性 (群) と曲率 (幾何) の両方で、体系の本流に触れている。

5. 体系への接続

本稿は、体系が繰り返し出会う直観——「豊かな構造は弱い仮定から生える」——に、山辺英彦という厳密な擁護者を与える。イグナトフスキー (83)、Galois→Lie→Noether (85)、Gleason (71) が別々に触れていた同じ深さが、ヒルベルト第5の解決において最も一般的に言明されていた。新しい定理も予言も加えない。寄与は、体系の「弱い仮定→対称性」の系譜に、その数学的母型 (山辺／ヒルベルト第5) を正しく接ぎ、かつ山辺の曲率の仕事 (ヤマベ問題) を体系の曲率論文への第二の橋として位置づけたことだけである。

■ 著者の私感（第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない）

体系のレンズ（比喻）では、こう見える——宇宙OSは、豊かな対称性を一から設計して書き込んでいるのではなく、ごく弱いルール（連続性・一様等方）だけを置けば、リー群という滑らかな対称性が否応なく立ち上がるように出来ている。少ない規約から世界の構造が生えるという、この体系がずっと感じてきた筋を、山辺の定理は数学として保証してくれる。だがこれは非科学の札つきである。ここで確かなのは、ヒルベルト第5の解決とヤマベ問題という標準数学の一点だけだ。37歳で早世した一人の日本の数学者が、「弱い仮定から連続対称性が生える」という深さを世界に遺したこと——ガロア（論文85）にも重なるその早い生涯に、静かな敬意を記しておく。

6. 射程（何を示し、何を示さないか）

示すこと（記述的・系譜的）：

- ・「弱い仮定から連続対称性（リー群）が生える」の最も深い数学的言明は、山辺／ヒルベルト第5の解決である（2節）。
- ・これはイグナトフスキー（83）の一般形＝一つの系譜、舞台は別（別根、3節）。
- ・山辺のヤマベ問題（共形の一定曲率）は、体系の曲率論文（67/07/60）への第二の橋（4節）。

示さないこと（禁欲）：

- ・ヒルベルト第5・ヤマベ問題を解かない・拡張しない。すべて借り物の標準結果。本稿は系譜づけと解釈のみ。
- ・新しい数学・定理ではない。新しい予言もしない。ゆえに第2層（構造的・系譜的解釈）。OSは第3層・非科学。
- ・同一視をしない。(i) Gleason–Yamabe（ヒルベルト第5）と Gleason の定理（71・量子）は同一人物の別定理。(ii) ヒルベルト第5の群論的結果とヤマベ問題（曲率）は同一人物の別仕事。(iii) イグナトフスキーの運動学と山辺の位相は思想の系譜であって定理の同一ではない。

7. 結論

「豊かな構造は、ほとんど何も仮定しないのに否応なく生える」——体系が繰り返し出会ってきたこの驚きは、山辺英彦の仕事において最も深く言明されていた。ヒルベルト第5問題の解決（Gleason–Montgomery–Zippin–Yamabe）は、局所ユークリッドな位相群が、微分可能性を仮定せずとも自動的にリー群になることを示す。連続対称性の滑らかな構造は、弱い位相的仮定によって強制されるのだ。これはイグナトフスキー（83）が運動学で見たものの、純粋数学における深い母型である（同じ系譜・別の舞台）。

そして山辺は、ヤマベ問題という曲率の贈り物によって、体系のもう一方の本流（ $4\pi \cdot \text{Ricci}$ 流・速度空間の曲率）にも触れていた。本稿がしたのは、新しい主張ではなく、体系の「弱い仮定→対称性」という筋に、その厳密な母型と一人の巨匠を、正しい別根の線引きとともに接いだことである。少ない規約から世界が豊かに決まる——その深さを、37歳で世を去った数学者の名とともに、静かに記す。

参考文献

1. Yamabe, H. (1953). *On an arcwise connected subgroup of a Lie group*. Osaka Math. J. 13, 45–56. （ヒルベルト第5問題関連）
 2. Yamabe, H. (1960). *On a deformation of Riemannian structures on compact manifolds*. Osaka Math. J. 12, 21–37. （ヤマベ問題）
 3. Gleason, A. M. (1952). *Groups without small subgroups*. Ann. of Math. 56, 193–212.
 4. Montgomery, D. and Zippin, L. (1955). *Topological Transformation Groups*. Interscience.
 5. Tao, T. (2014). *Hilbert's Fifth Problem and Related Topics*. Amer. Math. Soc.
 6. Aubin, T. (1976). *Équations différentielles non linéaires et problème de Yamabe*. J. Math. Pures Appl. 55, 269–296.
 7. Schoen, R. (1984). *Conformal deformation of a Riemannian metric to constant scalar curvature*. J. Differential Geom. 20, 479–495.
 8. Yamagishi, Y. (2026). *Why Does a Maximum Speed Exist? (Ignatowski)* [論文83]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21741190.
 9. Yamagishi, Y. (2026). *From Galois to Noether* [論文85]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21741344.
 10. Yamagishi, Y. (2026). *Distinct-Roots Discipline for Numerical Coincidences* [論文58/48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747; 10.5281/zenodo.21602525
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)