動く球は縮んで見えない——光の遅れと収縮は、積ではなく二乗和で打ち消す

— 光の遅れだけなら輪郭は進行方向に $\sqrt{1+\beta^2}$ 倍に伸び、収縮だけなら $\sqrt{1-\beta^2}$ 倍に縮み、両方を入れると円に戻る — 分離子は、同時刻の位置を測るか、同時刻に届いた光を見るか — [論文901]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

速く動く球は、ローレンツ収縮で進行方向に潰れて見える、と思いやすい。本稿は、球の表面から出て同じ時刻に届く光だけを集めて像を作り、光の遅れと収縮がそれぞれ輪郭をどう変えるかを別々に数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、光の遅れだけなら、輪郭は伸びる——遠方から見た輪郭の幅の比は $\beta=0.5$ で **1.118034**、0.9 で **1.345361**、0.99 で 1.407159 で、$\sqrt{1+\beta^2}$ に一致する（第2節）。 第二に、収縮だけなら、輪郭は縮む——0.866025・**0.435890**・0.141067 で、$\sqrt{1-\beta^2}$ に一致する（第2節）。 第三に、これが本稿の芯である。両方を入れると円に戻り、打ち消しは積ではなく二乗和である——幅の比は 0.999999・**1.000000**・1.000000 になる。二つの倍率の積は 0.968246・**0.586429**・0.198504 で 1 にならず、輪郭の半径は $\sqrt{\beta^2+1/\gamma^2}=1$ である（第2節）。 第四に、近くから見ても、両方を入れた輪郭だけが円である——中心から距離 **3** と **10** の観測者の天球で、両方を入れた輪郭は一つの平面に 10^{-15} の桁で乗り、遅れだけ・収縮だけでは 4.386×10^{-4} から 1.507×10^{-2} ずれる（第3節）。 第五に、光行差は全天の 4π を保ちながら、配置を変える——変換後の立体角の和は 12.566371 のままで、源の前半分は半頂角 $\arccos\beta$ の円錐（$\beta=0.9$ で **25.841933** 度・全天の 0.050000）に入る。天球を平面に写すと光行差は一様な拡大縮小で、円は円に写る（第4節）。 第六に、分離子は、同時刻の位置を測るか、同時刻に届いた光を見るかである——測れば球は $\sqrt{1-\beta^2}$ に潰れており、見れば円のままで、$\arcsin\beta$（$\beta=0.9$ で **64.158067** 度）だけ回って見える（第5節）。 キーワード：見かけの形、ローレンツ収縮、光の遅れ、光行差、天球、メビウス変換。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——動く球の輪郭が円のままであること、見かけの形が収縮ではなく回転になること、光行差が天球のメビウス変換で円を円に写すことは、いずれも既知である（ペンローズ 1959、テレル 1959、ワイスコップ 1960）。実在の物体を主張しない——単位球と速さ β（$c=1$）の幾何だけを扱い、どの天体・粒子にも対応しない。色と明るさを入れない——ドップラー効果による色の変化、光行差による明るさの変化、有限の露光時間は入れない。球だけを扱う——立方体や棒の見かけの回転は数えない。二つの観測者だけを置く——遠方の観測者（平行光線・正射影）と、中心から距離 3 と 10 の観測者（ピンホール）だけを計算する。既刊との関係：論文108 は、不変量が住む幾何がミンコフスキーの時空であり、相対論の幾何たちを混同しないことを示した——ここでは、その時空の中で光が遅れて届くことが、見える形を決める。論文524 は、帆に当たる風と星の見かけの位置が同じ一つの式であることを示し、ガリレイと相対論の光行差の差を β ごとに測った——ここでは相対論の式だけを使い、方向の変換ではなく、立体角の密度と天球の円がどう写るかを数える。論文83 は、ガリレイの相対性原理だけから相対論が二つしかないことを示した——ここではその一方（最高速度のある側）の中で、光の遅れと収縮がどう組み合わさるかを数える。論文33 は、ウィグナー角が速度空間の面積であることを示した——ここでは天球の上で、光行差が円を円に写すことを数える。加えたのは、光の遅れと収縮の効きを別々に測り、両方で円に戻ることを示したこと、打ち消しが積ではなく二乗和であることを数で示したこと、近くの観測者の天球でも両方を入れた輪郭だけが円であることを確かめたこと、光行差が 4π を保ちながら前半分を円錐に押し込む数を出したこと、分離子を「測るか、見るか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：単位球の中心が x 軸に沿って速さ β（$c=1$）で動く。観測者の系では、球は x 方向に $1/\gamma=\sqrt{1-\beta^2}$ に収縮した楕円体である。像は、表面の各点から出て同じ時刻 t_a に観測者に届く光で作る。遠方の観測者（$+z$ 方向・平行光線）では、放射時刻は $t_e=t_a-L+z$ となり、z の大きい（近い）側ほど遅く放射されるので、表面点の x 座標は中心の分だけ βz ずれる。

$$x=\frac{s_x}{\gamma}+\beta s_z,\qquad y=s_y\qquad \left(s_x^2+s_y^2+s_z^2=1\right)$$

「遅れだけ」は $1/\gamma$ を 1 に、「収縮だけ」は βs_z を 0 にしたものである。輪郭の幅の比は、x の幅を y の幅で割った。近くの観測者（中心から距離 D）では、観測者から向き n へ進む光線が、放射時刻 $t_e=t_a-s$ に球の中にある距離 s があるかを二次式の判別式で調べ、当たる向きと外れる向きの境を 720 方位で二分法で求めて、その向きが天球の一つの平面に乗るか（円か）を測った。光行差は、源の方向 s を、$+z$ へ速さ β で動く観測者の見る方向へ写す式を使い、立体角の密度は $(1-\beta^2)/(1+\beta\cos\theta)^2$ と、小さな面の面積の比の二通りで出した。

問い：速く動く球は、収縮して見えるのか。

2. 遠方から見た輪郭

計算 2.1：三つの速さで、輪郭の幅の比を三通りに出した。

β	遅れだけ	収縮だけ	両方	二つの積
0.5	1.118034	0.866025	0.999999	0.968246
0.9	1.345361	0.435890	1.000000	0.586429
0.99	1.407159	0.141067	1.000000	0.198504

> **観察 2.2**
>
> これが本稿の芯である。両方を入れると円に戻り、打ち消しは積ではなく二乗和である。遅れだけなら $\sqrt{1+\beta^2}$ 倍に伸び、収縮だけなら $\sqrt{1-\beta^2}$ 倍に縮む——二つを掛けても $\sqrt{1-\beta^4}$ で 1 にならない。両方を入れた式では x の幅を決めるのが $(1/\gamma, \beta)$ という一つのベクトルの長さで、$\beta^2 + 1/\gamma^2 = 1$ だから、幅は速さに依らず 1 である。

> **観察 2.3**
>
> 縮まないかわりに、回って見える。像の中心に現れるのは、視線から $\arcsin\beta$ だけ後ろに回った表面の点で、$\beta = 0.5$ で 30.000000 度、0.9 で 64.158067 度、0.99 で 81.890386 度である——視線の正面にある点は、像の中心ではなく、進行方向へ β だけずれた位置（像の半径は 1）に現れる。

3. 近くから見た輪郭

計算 3.1：中心から距離 D の観測者の天球で、輪郭の向き 720 本が一つの平面に乗るかを、平面からのずれの二乗平均で測った。

D	β	両方	遅れだけ	収縮だけ	両方の円の角半径（度）
3	0.5	1.440×10^{-15}	4.579×10^{-3}	4.718×10^{-3}	19.463067
3	0.9	1.274×10^{-15}	1.507×10^{-2}	1.490×10^{-2}	19.445679
10	0.5	1.453×10^{-15}	4.386×10^{-4}	4.394×10^{-4}	5.739152
10	0.9	1.401×10^{-15}	1.411×10^{-3}	1.319×10^{-3}	5.739112

> **観察 3.2**
>
> 近くから見ても、両方を入れた輪郭だけが円である。遅れだけの輪郭も、収縮だけの輪郭（同時刻に写した楕円体の影）も、天球の一つの平面に乗らない——両方を入れた円の角半径は、静止した球の 19.471221 度（$D = 3$）・5.739170 度（$D = 10$）よりわずかに小さく（差は -0.008154・-0.025542・-0.000018・-0.000058 度）、円の中心は進行方向へずれる（$D = 3$・$\beta = 0.5$ で進行方向側の縁が 21.088795 度、反対側が 17.837339 度）。

4. 光行差と天球

計算 4.1：$+z$ へ速さ β で動く観測者の見る方向へ、源の方向を写した。

	$\beta = 0.5$	$\beta = 0.9$
変換後の立体角の和（$4\pi = 12.566371$）	12.566371	12.566371
源の前半分が入る円錐の半頂角 $\arccos\beta$（度）	60.000000	25.841933
その円錐の立体角（sr）と全天に占める割合	3.141593・0.250000	0.628319・0.050000
立体角の密度（極角 30・90・150 度）	0.365226・0.750000・2.332999	0.060006・0.190000・3.905104
ステレオ射影の比 $\tan(\theta'/2)/\tan(\theta/2)$	0.577350	0.229416
角半径 40 度の円の像：平面からのずれ・角半径（度）	6.93×10^{-16}・30.713024	3.36×10^{-16}・14.623200

観察 4.2

光行差は全天の 4π を保ちながら、配置を変える。立体角の密度は前方で 1 より小さく後方で大きく、和はどの速さでも 4π である——源の静止系で前半分にある源は、$\beta = 0.9$ では半頂角 25.841933 度の円錐、全天の 0.050000 に入る。小さな面の面積の比で出した密度は式と一致した。

観察 4.3

天球を平面に写せば、光行差は一様な拡大縮小である。進行方向を極とするステレオ射影で、$\tan(\theta'/2)/\tan(\theta/2)$ は極角に依らず一定で（ばらつき 10^{-14} の桁）、$\sqrt{(1-\beta)/(1+\beta)}$、すなわちドップラー因子 $k = \sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)}$（$\beta = 0.5$ で 1.732051、0.9 で 4.358899）の逆数である——一様な拡大縮小は円を円に写すので、天球の円（角半径 40 度の円も大円も）は円に写る。動く球の輪郭が円のままなのは、この写像の性質でもある。

5. 分離子

観察 5.1

分離子は、同時刻の位置を測るか、同時刻に届いた光を見るかである。観測者の系で同時刻の表面点の位置を測れば、球は $\sqrt{1-\beta^2}$ に潰れた楕円体である——同時刻に届いた光で見れば、近い側ほど遅く放射された分だけ進行方向へずれ、その伸びが収縮と二乗和で打ち消して、円が残る。

観察 5.2

既刊との位置。論文108 は不変量が住む幾何を分け、論文83 は最高速度のある相対論が二つの一方であることを示した——ここでは、その幾何の中で光が遅れて届くことが見える形を決める。論文524 は光行差の式が帆の風と同じ形であることを示した。ここでは同じ式が天球の円を円に写し、4π を保ったまま配置を変えることを数えた。論文33 はウィグナー角が面積であることを示した。ここでは天球の円が円のまま写ることを数えた。

> **観察 5.3**
>
> 言わないこと。実在の物体や速さ、色や明るさの変化、露光時間、球以外の形、この見え方がなぜ起きるかの説明は扱わない——示したのは、光の遅れと収縮がそれぞれ輪郭をどう変え、両方で円に戻ることと、その打ち消しが二乗和であることである。

6. 点呼と結び

1. $x = s_x/\gamma + \beta s_z$（第1節）：遅れと収縮。
2. 遅れだけ $\mathbf{1.345361}$（計算 2.1）：$\sqrt{1+\beta^2}\cdot\beta = 0.9$。
3. 収縮だけ $\mathbf{0.435890}$（計算 2.1）：$\sqrt{1-\beta^2}$。
4. 両方で $\mathbf{1.000000}$（計算 2.1）：本稿の芯。
5. 積は $\mathbf{0.586429}$（観察 2.2）：二乗和 $\beta^2 + 1/\gamma^2 = 1$。
6. 回って見える $\mathbf{64.158067}$ 度（観察 2.3）：$\arcsin\beta$。
7. 近くでも両方だけ円（計算 3.1）：ずれ 10^{-15} 対 10^{-4}〜10^{-2}。
8. 4π は保たれる $\mathbf{12.566371}$（計算 4.1）：配置は変わる。
9. 前半分が $\mathbf{25.841933}$ 度の円錐に（観察 4.2）：全天の $\mathbf{0.050000}$。
10. 測るか、見るか（観察 5.1）：分離子・論文108・524・83・33。

結び：動く球は縮んで見えない——光の遅れが伸ばす分と収縮が縮める分は、積ではなく二乗和で打ち消す。遠方から見た輪郭の幅は、遅れだけなら $\sqrt{1+\beta^2}$ 倍（$\beta = 0.9$ で $\mathbf{1.345361}$）、収縮だけなら $\sqrt{1-\beta^2}$ 倍（$\mathbf{0.435890}$）で、両方を入れると $\mathbf{1.000000}$ の円に戻った——二つの積 $\mathbf{0.586429}$ は 1 ではなく、打ち消すのは $\beta^2 + 1/\gamma^2 = 1$ という二乗和である。近くから見ても両方を入れた輪郭だけが天球の円に乗り、光行差は全天の 4π を保ちながら源の前半分を $\mathbf{25.841933}$ 度の円錐に押し込み、天球の円を円に写した——球は縮まず、$\arcsin\beta$ だけ回って見える。既刊との位置——論文108・83 の幾何の中で光の遅れが見える形を決め、論文524 の光行差の式が円を円に写すことを数えた。正直に言えば——単位球と二つの観測者だけを計算し、色も明るさも露光時間も入れていない。

参考文献

1. 山岸勇輝 (2026). 『不変量が住む幾何』[論文108]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21837313
2. 山岸勇輝 (2026). 『帆に当たる風と、星の見かけの位置は、同じ一つの式である』[論文524]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22805190

3. 山岸勇輝 (2026). 『なぜ「最高速度」が存在するのか』[論文83]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21741190

4. 山岸勇輝 (2026). 『ウィグナー角は面積である』[論文33]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090872

5. Penrose, R. (1959). The apparent shape of a relativistically moving sphere. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*.

6. Terrell, J. (1959). Invisibility of the Lorentz contraction. *Physical Review*.

7. Weisskopf, V. F. (1960). The visual appearance of rapidly moving objects. *Physics Today*.

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)