同じ c^3 でも、黒体放射の 3 は次元を数え、プランク長の 3 は数えない

— d 次元で数えると黒体の放射密度の c の指数は d だが、プランク長の c の指数に $d-1$ を掛けた値は $d=2$ から 6 のすべてで -3 である — 分離子は、k 空間の体積で数えるか、還元の指数で数えるか — [論文902]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ

2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

論文116 は、プランク長の c^3 の 3 が空間の次元ではなく時間の重みであることを示した。本稿は、同じ c^3 が空間の次元を数えている場所を一つ示す——黒体の放射密度である。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、放射密度の T の冪は $d+1$ である——$d=1$ から 4 で数値積分して当てた指数は 2.000000・3.000000・4.000000・5.000000 で、シュテファン＝ボルツマンの 4 は $d+1$ の $d=3$ である（第2節）。 第二に、これが本稿の芯である。放射密度の c の冪は d である——同じ積分で c の指数は 1.000000・2.000000・**3.000000**・4.000000 で、c^3 の 3 は k 空間が三次元だから出る 3 である（第2節）。 第三に、係数の中に k 空間の 4π が居る——$d=3$・偏光 2 の係数は $2\times S_2/(2\pi)^3\times\Gamma(4)\zeta(4)=\mathbf{0.657974}=\pi^2/15$ で、$S_2=4\pi$ は k 空間の球の面積である。SI の定義値から $\sigma=\mathbf{5.670374419\times10^{-8}}$ W/m²/K⁴ が出る（第3節）。 第四に、流束の $1/4$ も 4π の割り算である——$F=cu\times$（半球の投影 $\int\cos\theta d\Omega$ を全球 S_{d-1} で割った値）で、その値は $d=3$ で $\mathbf{0.250000}=\pi/4\pi$、$d=2$ で 0.318310、$d=4$ で 0.212207 である（第3節）。 第五に、プランク長の 3 は、どの次元でも 3 である——単位の釣り合いを $d=2$ から 6 で解くと、c の指数に $d-1$ を掛けた値はすべて $\mathbf{-3.000000}$ で、放射密度の c^d と対照をなす（第4節）。 第六に、分離子は、k 空間の体積で数えるか、還元の指数で数えるかである——前者では c の冪が次元を数え、後者では時間の重みを数える。同じ 3 に二つの身元がある（第5節）。 キーワード：黒体放射、放射密度、状態密度、c の冪、プランク長、空間次元。

> 本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——プランクの放射則、シュテファン＝ボルツマンの法則、d 次元の状態密度が ω^{d-1} に比例すること、放射密度が $T^{d+1}/(\hbar c)^d$ に比例することは、いずれも既知である（プランク 1901、ボルツマン 1884）。偏光の数を係数から外す——偏光の数は T と c の指数に入らない定数なので、指数を当てる積分では入れず、$d=3$ の係数を確かめるときだけ 2 を入れた。実在の物体を扱わない——灰色体、非平衡の放射、実在の光源は入れない。次元が 3 でない世界を主張しない——式の中の d を動かして指数を読むだけで、そのような世界が在るとは言わない。既刊との関係：論文116 は、プランク長の c^3 の 3 が時間の重み（$\hbar$ の T^{-1} と G の T^{-2}）であり、空間の次元は分母の $1/n$ に居ることを示した——ここでは、同じ c^3 が空間の次元を数えている場所を一つ並べ、二つの 3 の身元が違うことを数える。論文265 は、低温比熱の T^3 の 3 が次元であり、状態密度 ω^{d-1} から来ることを示した——放射密度の T の冪が $d+1$ になるのも同じ状態密度から来る。ここで新しいのは T ではなく c の冪である。論文222 は、ウィーンの山の位置が変数の取り方で動き、総量 σT^4 だけが一つであることを示した——ここではその総量の係数の中の 4π と c^3 の身元を読む。論文114 は、次元を選ぶ対象と選ばない対象を数えた——放射密度の c の冪は次元を選び、プランク長の c の冪は選ばない。加えたのは、$d=1$ から 4 で T と c の指数を数値積分で当てたこと、係数の中の k 空間の 4π と流束の $1/4$ を数えたこと、プランク長の c の指数を $d=2$ から 6 で解いて対照にしたこと、分離子を「k 空間の体積か、還元の指数か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：d 次元の空洞の中の光の放射密度は、k 空間の体積要素 $d^dk/(2\pi)^d$ を $\omega=ck$ で書き直した状態密度と、プランク分布の積である。k 空間の球の面積を $S_{d-1}=2\pi^{d/2}/\Gamma(d/2)$ とすると、

$$u_d(T)=\frac{S_{d-1}}{(2\pi)^d}\int_0^\infty \frac{\hbar\omega\,\omega^{d-1}}{c^d\left(e^{\hbar\omega/kT}-1\right)}\,d\omega=\frac{S_{d-1}\,\Gamma(d+1)\zeta(d+1)}{(2\pi)^d}\,\frac{(kT)^{d+1}}{(\hbar c)^d}$$

右の閉じた形は使わず、左の積分を $\hbar=k=1$ で数値積分し、T を 2 倍、c を 2 倍にしたときの比の対数から指数を当てた。対照として、$[\hbar]=ML^2T^{-1}$、$[G_d]=M^{-1}L^dT^{-2}$、$[c]=LT^{-1}$ から長さを作る指数を、単位の釣り合いの連立一次方程式で解いた。

問い：黒体の放射密度の c^3 の 3 は、何を数えているか。

2. 指数を当てる

計算 2.1：$d=1$ から 4 で、T と c の指数と、積分の値を出した。

d	T の指数	c の指数	$\int_0^\infty x^d/(e^x-1)dx$（数値）	$\Gamma(d+1)\zeta(d+1)$
1	2.000000	1.000000	1.644934	1.644934
2	3.000000	2.000000	2.404114	2.404114
3	4.000000	3.000000	6.493939	6.493939
4	5.000000	4.000000	24.886266	24.886266

> **観察 2.2**
>
> これが本稿の芯である。放射密度の c の冪は d である。T の指数は $d+1$、c の指数は d で、どちらも k 空間の体積要素 $k^{d-1}dk = \omega^{d-1}d\omega/c^d$ から来る——シュテファン＝ボルツマンの T^4 の 4 は $d+1$ の $d=3$ であり、c^3 の 3 は k 空間が三次元だから出る 3 である。積分は $\Gamma(d+1)\zeta(d+1)$ と一致した。

3. 係数の中の 4π と、流束の $1/4$

計算 3.1：$d=3$・偏光 2 の係数と、SI の定義値から出るシュテファン＝ボルツマン定数、そして流束の因子を出した。

量	値
係数 $2\times S_2/(2\pi)^3\times\Gamma(4)\zeta(4)$	0.657974
$\pi^2/15$	0.657974
$S_2 = 4\pi$	12.566371
u の係数（SI・J/m³/K⁴）	7.565733×10^{-16}
$\sigma = cu/4$ の係数（W/m²/K⁴）	5.670374419×10^{-8}
流束の因子 $d=2\cdot3\cdot4$	0.318310・0.250000・0.212207

> **観察 3.2**
>
> 係数の中に k 空間の 4π が居る。$\pi^2/15$ は $2 \times 4\pi \times 6 \times (\pi^4/90)/(8\pi^3)$ で、4π は立体角ではなく k 空間の単位球の面積である——この 4π は選んだものではなく、k 空間が三次元であることの数である。SI の定義値を入れると $\sigma = 5.670374419 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2/K^4}$ が出る。

> **観察 3.3**
>
> 流束の $1/4$ も 4π の割り算である。面から出る流束は $F = cu \times \int_{\text{半球}} \cos\theta d\Omega / S_{d-1}$ で、$d = 3$ では半球の投影 π を全球 4π で割った 0.250000 である——$d = 2$ では $1/\pi = 0.318310$、$d = 4$ では 0.212207 になり、$1/4$ も次元を選ぶ数である。

4. 対照：プランク長の c の指数

計算 4.1：$\hbar^a G_d^b c^e$ が長さになる指数を、$d = 2$ から 6 で解いた。

d	a	b	e	$e \times (d-1)$
2	1.000000	1.000000	-3.000000	-3.000000
3	0.500000	0.500000	-1.500000	-3.000000
4	0.333333	0.333333	-1.000000	-3.000000
5	0.250000	0.250000	-0.750000	-3.000000
6	0.200000	0.200000	-0.600000	-3.000000

> **観察 4.2**
>
> プランク長の 3 は、どの次元でも 3 である。長さは $(\hbar G_d / c^3)^{1/(d-1)}$ で、括弧の中の c の指数は d を動かしても 3 のままである——放射密度の c^d は d とともに動き、プランク長の c^3 は動かない。同じ c^3 でも、片方の 3 は k 空間の次元、もう片方の 3 は $\hbar$ と G の時間の重みの和である。

5. 分離子

観察 5.1

分離子は、k 空間の体積で数えるか、還元の指数で数えるかである。k 空間の体積で数えれば、c は ω を k に直す換算であり、d 回掛かるので冪が次元を数える——還元の指数で数えれば、c は $\hbar$ と G の時間の重みを消す換算であり、その和 3 は次元に依らない。

観察 5.2

既刊との位置。論文116 はプランク長の c^3 の 3 が時間の重みであることを示した——ここでは同じ c^3 が次元を数えている場所を並べた。論文265 は比熱の T^3 の 3 が状態密度から来る次元であることを示した。放射密度の T^{d+1} も同じ状態密度から来る。論文222 は総量 σT^4 が一つであることを示した。ここではその係数の中の 4π と c^3 を読んだ。論文114 は次元を選ぶ対象と選ばない対象を数えた。放射密度の c の冪は選び、プランク長の c の冪は選ばない。

観察 5.3

言わないこと。偏光の数、実在の物体の放射、灰色体、非平衡、次元が 3 でない世界の存在は扱わない——示したのは、放射密度の c の冪が d を数え、プランク長の c の冪が数えないことである。

6. 点呼と結び

1. $u_d \propto T^{d+1}/(\hbar c)^d$（第1節）：$k$ 空間の体積要素から。
2. T の指数 $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$（計算 2.1）：$d+1$。
3. c の指数 $1 \cdot 2 \cdot \mathbf{3.000000} \cdot 4$（計算 2.1）：本稿の芯。
4. $\Gamma(d+1)\zeta(d+1)$ と一致（計算 2.1）：$d=3$ で 6.493939。
5. 係数 $\mathbf{0.657974} = \pi^2/15$（観察 3.2）：$k$ 空間の 4π。
6. $\sigma = \mathbf{5.670374419} \times \mathbf{10^{-8}}$（観察 3.2）：定義値から。
7. 流束の因子 $\mathbf{0.250000}$（観察 3.3）：$\pi/4\pi \cdot d = 2$ で 0.318310。
8. プランク長の $e \times (d-1) = \mathbf{-3.000000}$（計算 4.1）：$d = 2\text{〜}6$ で不変。
9. 二つの 3 の身元（観察 4.2）：k 空間の次元と、時間の重み。

10. k 空間の体積か、還元の指数か（観察 5.1）：分離子・論文116・265・222・114。

結び：同じ c^3 でも、黒体の放射密度の 3 は空間次元を数え、プランク長の 3 はどの次元でも 3 である。d 次元の k 空間で放射密度を数値積分すると、T の指数は $d+1$、c の指数は d で、$d=3$ の係数 $\pi^2/15 = 0.657974$ には k 空間の球の面積 4π が入り、流束の $1/4$ は半球の投影 π を全球 4π で割った値だった——c は ω を k に直す換算で、k 空間の次元の数だけ掛かる。対照のプランク長では、c の指数に $d-1$ を掛けた値が $d=2$ から 6 のすべてで -3.000000 だった——そこでの 3 は $\hbar$ と G の時間の重みの和で、次元に依らない。既刊との位置——論文116 の「c^3 の 3 は次元ではない」に、「ここでは次元である」という一か所を並べた。T の冪が次元を数えることは論文265 と同じ状態密度から来る。正直に言えば——偏光の数は係数から外し、次元が 3 でない世界が在るとは言っていない。

参考文献

1. 山岸勇輝 (2026).『c の冪は、何を数えているか』[論文116]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22003794
2. 山岸勇輝 (2026).『低温比熱で二つの模型を分けたのは、量子化ではなく状態密度である』[論文265]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22169749
3. 山岸勇輝 (2026).『太陽は、緑にも橙にも赤外にも輝いている』[論文222]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22120199
4. 山岸勇輝 (2026).『「4次元らしさ」を担うのは誰か』[論文114]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21963544
5. Planck, M. (1901). Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum. *Annalen der Physik*.
6. Boltzmann, L. (1884). Ableitung des Stefanschen Gesetzes. *Annalen der Physik*.
7. Rybicki, G. B., & Lightman, A. P. (1979). *Radiative Processes in Astrophysics*. Wiley.

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)