フーコーの振り子が一日に回る角は、緯度円より上の空の立体角を 2π から引いた値である

— 一恒星日に振動面が回る角 $2\pi\sin\varphi$ は、緯度円に沿って平行移動した向きの変化（帽子の立体角 $\Omega = 2\pi(1-\sin\varphi)$）を 2π から引いた値で、振り子の周期に依らない — 分離子は、恒星日で数えるか、太陽日で数えるか — [論文903]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

フーコーの振り子が一日に回る角 $2\pi\sin\varphi$ は、コリオリ力の式から出る数だと思われている。本稿は、同じ角を、運動方程式の数値積分と、緯度円に沿う平行移動と、緯度円より上の帽子の立体角の三通りで出し、それが一つの角であることを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、運動方程式を刻むと $2\pi\sin\varphi$ が出る——一恒星日の回転角は緯度 35 度で **206.487516** 度、48.85 度で 271.076195 度、極で 359.999994 度、赤道で 0 で、$2\pi\sin\varphi$ との差は 10^{-7} rad 以内である（第2節）。 第二に、緯度円に沿って平行移動した向きの変化は、帽子の立体角である——一周したあとの向きの変化は 35 度で **2.679298** rad、48.85 度で 1.552013 rad で、緯度円より上の帽子の立体角 $2\pi(1-\sin\varphi)$ の数値積分と 10^{-6} 以内で一致する（第3節）。 第三に、これが本稿の芯である。三つは一つの角である——運動方程式の回転角（時計回り $2\pi\sin\varphi$）と、平行移動の回転（反時計回り Ω）は、2π を法として一致する。振り子が一日に回る角は、2π から帽子の立体角を引いた $2\pi-\Omega$ である（第3節）。 第四に、回転角は振り子の周期に依らない——周期 2 秒と 16 秒で回転角はどちらも 3.603887 rad で、差は 10^{-5} rad 以内である（第2節）。 第五に、一周に要る日数は $1/\sin\varphi$ である——緯度 35 度で **1.743447** 恒星日、48.85 度で 1.328040 恒星日、極で 1.000000 恒星日で、赤道では回らない（第4節）。 第六に、分離子は、恒星日で数えるか、太陽日で数えるかである——回るのは地球が恒星に対して一回転する 86164.0905 秒であり、太陽日 86400 秒あたりに直すと 35 度で 207.052861 度になる（第4節）。 キーワード：フーコーの振り子、ホロノミー、平行移動、立体角、恒星日、コリオリ力。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——フーコーの振り子の振動面が一恒星日に $2\pi\sin\varphi$ 回ること、その角が球面上の平行移動のホロノミー（囲んだ面積）であることは、いずれも既知である（フーコー 1851）。実在の振り子を主張しない——パリや他の場所の実測の値は引かず、緯度 48.85 度は計算に置いた数である。線形の模型だけを使う——振れ幅による楕円の歳差、遠心力、空気抵抗、吊り点の摩擦、地球の形は入れない。小さい角の範囲を数にすることは論文396 の側である。測地的歳差を扱わない——一般相対論による歳差は入れない。既刊との関係：論文33 は、ウィグナー角が速度空間の面積であり、フーコーの振り子が球面で向きを変えるのと定理としては同じ場所にあることを示した——ここでは、その振り子の側を三通りで数える。論文91 は、曲率が内在的であることを示した——ここでは、球面の中を動くだけで測れる向きの変化として、その曲率が一日に現れる。論文67 は、4π を $2\pi\chi(S^2)$ と読んだ——ここでは、その 4π のうち緯度円より上の帽子の分 $2\pi(1-\sin\varphi)$ が、振り子の回転の残りになる。論文396 は、振り子の「小さい角」を数にすると 10 度で一日 164.78 秒ずれることを示した——ここでは振れ幅を小さくとり、周期ではなく振動面の向きを一日追う。加えたのは、運動方程式・平行移動・帽子の立体角の三通りで同じ角を出したこと、回転角が周期に依らないことを確かめたこと、一周に要る日数と毎時の回転を緯度ごとに並べたこと、分離子を「恒星日か、太陽日か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：緯度 φ の地面に置いた振り子の小さい振れを、水平面の座標 (x, y)（東・北）で書く。地球の自転の角速度 $\Omega_E = 2\pi/86164.0905\ \mathrm{s}^{-1}$ の鉛直成分 $\Omega_z = \Omega_E \sin\varphi$ だけがコリオリ力として効くとする。

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + 2\Omega_z \dot{y}, \qquad \ddot{y} = -\omega^2 y - 2\Omega_z \dot{x}$$

この線形の方程式を、時間 0.01 秒の厳密な一段の伝播行列（行列指数）で一恒星日刻み、400 回、直後の一周期の中で振れ幅が最大になる点の方位を記録して、線の向きとしてつないだ。平行移動は、単位球の緯度円を 20000 等分し、隣り合う点を結ぶ測地線に沿う回転で接ベクトルを運んで一周させ、東・北の枠で測った向きの変化とした。帽子の立体角は $\int 2\pi\sin\theta\, d\theta$ を余緯度まで数値積分した。

問い：振り子が一日に回る角は、何の角か。

2. 運動方程式を刻む

計算 2.1：四つの緯度で、一恒星日の回転角を出した（上から見て反時計回りを正とする）。

緯度（度）	回転角（rad）	回転角（度）	$2\pi\sin\varphi$（rad）	差（rad）
0	0.000000	0.000000	0.000000	0
35	−3.603887	−206.487516	3.603887	-2.04×10^{-8}
48.85	−4.731172	−271.076195	4.731172	-4.63×10^{-8}
90	−6.283185	−359.999994	6.283185	-1.08×10^{-7}

> **観察 2.2**
>
> 運動方程式を刻むと、$2\pi\sin\varphi$ が出る。北半球では時計回りで、極で一日に一回転、赤道で回らない——周期 2 秒の振り子でも 16 秒の振り子でも回転角は 3.603887 rad（緯度 35 度）で、振り子の周期は回転に入らない。

3. 平行移動と、帽子の立体角

計算 3.1：緯度円に沿う平行移動の一周の向きの変化と、緯度円より上の帽子の立体角を出した。

緯度（度）	平行移動の向きの変化（rad）	帽子の立体角（数値・sr）	$2\pi(1-\sin\varphi)$	$2\pi-\Omega$
0	0.000000	6.283185	6.283185	0.000000
35	2.679298	2.679298	2.679298	3.603887
48.85	1.552013	1.552013	1.552013	4.731172
90	0.000000	0.000000	0.000000	6.283185

> **観察 3.2**
>
> これが本稿の芯である。三つは一つの角である。平行移動で一周した接ベクトルは、緯度円より上の帽子の立体角 Ω だけ反時計回りに向きを変える——運動方程式の振動面は時計回りに $2\pi\sin\varphi$ 回る。$2\pi\sin\varphi = 2\pi - \Omega$ なので、二つは 2π を法として同じ角である。振り子の振動面は地面に対して平行移動され、地面が一日で緯度円を一周して戻るとき、その向きは帽子の立体角の分だけ地面からずれている。

4. 日数と時間

計算 4.1：一周に要る恒星日 $1/\sin\varphi$、太陽日 86400 秒あたりの回転、毎時の回転を出した。

緯度（度）	一周に要る恒星日	太陽日あたりの回転（度）	毎時の回転（度）
35	1.743447	207.052861	8.627203
48.85	1.328040	271.818380	11.325766
90	1.000000	360.985647	15.041069

観察 4.2

分離子は、恒星日で数えるか、太陽日で数えるかである。振り子が一周するのは、地面が恒星に対して一回転する 86164.0905 秒ごとであり、太陽日 86400 秒あたりでは 35 度で 207.052861 度になる——極では一恒星日でちょうど一回転し、太陽日では 360.985647 度回る。日を太陽で数えるか恒星で数えるかが、一日の回転角を分ける。

5. 分離子と既刊

観察 5.1

既刊との位置。論文33 はウィグナー角が速度空間の面積であり、フーコーの振り子と同じ定理の場所にあることを示した——ここでは振り子の側を三通りで数えた。論文91 は曲率が内在的であることを示した。ここでは球面の中の平行移動だけで測れる向きの変化が、一日に現れる。論文67 は 4π を $2\pi\chi(S^2)$ と読んだ。ここでは帽子の立体角 $2\pi(1-\sin\varphi)$ が回転の残りになる。論文396 は振り子の小さい角を数にした。ここでは振れ幅を小さくとり、振動面の向きだけを追った。

観察 5.2

言わないこと。実在の振り子の記録、振れ幅による楕円の歳差、遠心力、空気抵抗、吊り点の摩擦、地球の形、一般相対論の歳差は扱わない——示したのは、線形の模型で、運動方程式・平行移動・帽子の立体角が同じ一つの角を返すことである。

6. 点呼と結び

1. $\ddot{x} = -\omega^2 x + 2\Omega_z \dot{y}$（第1節）：線形のコリオリの模型。
2. 緯度 35 度で **206.487516** 度（計算 2.1）：$2\pi \sin\varphi$ と 10^{-7} rad 以内。
3. 極で **359.999994** 度・赤道で **0**（計算 2.1）：両端。
4. 周期 **2** 秒でも **16** 秒でも **3.603887 rad**（観察 2.2）：周期は入らない。
5. 平行移動で **2.679298 rad**（計算 3.1）：帽子の立体角と一致。
6. $2\pi - \Omega = 2\pi \sin\varphi$（観察 3.2）：本稿の芯。
7. 一周に **1.743447** 恒星日（計算 4.1）：$1/\sin\varphi$。
8. 毎時 **11.325766** 度（計算 4.1）：緯度 **48.85** 度。
9. 太陽日あたり **207.052861** 度（観察 4.2）：恒星日では **206.487516** 度。
10. 恒星日か、太陽日か（観察 4.2）：分離子・論文33・91・67・396。

結び：フーコーの振り子が一日に回る角は、緯度円より上の空の立体角を 2π から引いた値である。コリオリの運動方程式を一恒星日刻むと振動面は緯度 35 度で時計回りに 206.487516 度回り、緯度円に沿って平行移動した接ベクトルは帽子の立体角 2.679298 rad だけ反時計回りに向きを変え、二つは 2π を法として一つの角だった——$2\pi\sin\varphi$ は、2π から帽子の立体角 $2\pi(1-\sin\varphi)$ を引いた残りである。回転角は振り子の周期に依らず、一周に要る日数は $1/\sin\varphi$ で、恒星日で数えるか太陽日で数えるかが一日の角を分けた——振り子は地面の上で、空の帽子の面積を測っている。既刊との位置——論文33 が同じ定理の場所と述べた振り子の側を三通りで数え、論文91 の内在的な曲率と論文67 の $2\pi\chi(S^2)$ が、一日の回転として現れることを示した。正直に言えば——線形の模型だけで、振れ幅による歳差も遠心力も摩擦も入れていない。

参考文献

1. 山岸勇輝 (2026).『ウィグナー角は面積である』[論文33]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22090872
2. 山岸勇輝 (2026).『曲率は内在的である』[論文91]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758406
3. 山岸勇輝 (2026).『4π パッチのオイラー標数的起源』[論文67]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21642170
4. 山岸勇輝 (2026).『振り子の「小さい角」を数にすると、10 度で一日 **164.78** 秒ずれる』[論文396]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699299
5. Foucault, L. (1851). Démonstration physique du mouvement de rotation de la Terre au moyen du pendule. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*.
6. Goldstein, H., Poole, C., & Safko, J. (2002). *Classical Mechanics* (3rd ed.). Addison Wesley.

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)