宇宙の膨張の式は塵ならニュートンの殻で厳密に出て、光なら減速が二倍外れる

— 一様な球の縁の殻を $\ddot{r} = -GM/r^2$ で刻むと、殻のエネルギーが 0 のときフリードマンの塵の解と一致し、臨界密度の $8\pi/3$ は運動エネルギーの $1/2$ と球の体積の $4\pi/3$ の積である — 分離子は、中身に圧力があるか — [論文907]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

宇宙の膨張を決めるフリードマン方程式は、一般相対論の式だと思われている。本稿は、一様な物質の球の縁にある殻をニュートンの重力だけで動かし、その運動がフリードマン方程式とどこまで一致し、どこで外れるかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、塵なら、殻の運動はフリードマンの解そのものである——殻のエネルギーが 0 のとき、殻の半径は $t = 1 \cdot 10 \cdot 100$ で $1.842016 \cdot 6.349604 \cdot \mathbf{28.356413}$ となり、塵の解 $(1 + 3H_0 t/2)^{2/3}$ と相対 10^{-14} の桁で一致した（第2節）。 第二に、臨界密度は、殻のエネルギーが 0 になる密度である——エネルギーが 0 なら Ω はいつも 1.000000000 で、0 でなければ $\Omega - 1 = -2E/\dot{r}^2$ が 10^{-9} 以内で成り立つ（閉じる殻の $t = 2$ で $\Omega = \mathbf{1.769581}$）。曲率の項は、殻のエネルギーとして読める（第3節）。 第三に、$8\pi/3$ は、運動エネルギーの $1/2$ と球の体積の $4\pi/3$ である——同じ $8\pi/3 = 8.377580$ は論文905の $\int \sin^2\theta \, d\Omega$ にも出るが、$d = 4$ では 9.869604 と 14.804407 に分かれ、別の数である（第3節）。 第四に、これが本稿の芯である。光で満ちた宇宙では、減速が二倍外れる——圧力 $p = \rho c^2/3$ を持つ中身では、相対論の減速 $-(4\pi G/3)(\rho + 3p/c^2)$ は殻の減速 $-(4\pi G/3)\rho$ の $\mathbf{2.000000}$ 倍で、$t = 10$ で殻の宇宙は相対論の宇宙の $\mathbf{1.838737}$ 倍に膨らむ（第4節）。 第五に、外れの係数は $1 + 3w$ である——圧力と密度の比 w で、塵は 1、光は 2、$w = -1/3$ で 0、$w = -1$ で -2 になり、殻の 1 に一致するのは圧力の無い塵だけである（第4節）。 第六に、分離子は、中身に圧力があるかである——圧力が無ければ重さは質量だけで、ニュートンの殻で足りる。圧力があれば圧力も重さに入り、殻では足りない（第5節）。 キーワード：フリードマン方程式、ニュートンの殻、臨界密度、圧力、宇宙の膨張、状態方程式。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——フリードマン方程式（1922）、圧力の無い宇宙の膨張がニュートンの殻で再現されること（ミルン 1934、マクリーとミルン 1934）、外の殻が効かないことが一般相対論ではバーコフの定理で支えられること、減速の式に $\rho + 3p/c^2$ が入ることは、いずれも既知である。実在の宇宙を主張しない——$G = 1$、$H_0 = 1$ の模型で数え、宇宙の年齢や密度の実測は使わない。宇宙定数を扱わない——暗黒エネルギー、宇宙定数、空間の曲率の幾何は扱わず、曲率の項をエネルギーとして読むだけである。既刊との関係：論文485 は、ミッチェルの暗黒星の半径がシュヴァルツシルト半径と一致するのに、同じニュートン流の計算が光の曲がりでは一般相対論のちょうど半分になることを示した——ここでも、塵で厳密に一致した殻の計算が、光で満ちた宇宙では減速の半分になる。型は同じだが、ここでの二倍は圧力の $1 + 3w$ として数え、あちらの二倍と同根かは判定しない。論文169 は、ハッブル半径と臨界密度から作る $GM/(Rc^2)$ がちょうど 0.5 になるのは恒等式であることを示した——ここでは、その 0.5 が殻のエネルギーが 0 になる条件の運動エネルギーの $1/2$ であり、どの半径でも $\Omega/2$ であることを数える。論文779 は、フリードマン方程式を使って光の旅の距離を数えた——ここでは、その方程式そのものがどこまでニュートンの殻で出るかを数える。論文12 は、球の表面積を積分して体積 $(4/3)\pi c^3$ を戻した——ここでは同じ $4\pi/3$ が、殻の中の質量として臨界密度の係数に入る。論文01 は、殻ごとの質量の増え方が一定になる指数を数えた——ここでは、殻の外の物質が殻の運動に効かないことを使う。加えたのは、殻の運動とフリードマンの塵の解を数値で突き合わせたこと、$\Omega - 1 = -2E/\dot{r}^2$ を確かめたこと、$8\pi/3$ の身元を d を動かして論文905 の $8\pi/3$ と分けたこと、光で満ちた宇宙で減速が二倍外れることを数えたこと、分離子を「中身に圧力があるか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：密度 ρ の一様な物質の球を考え、半径 r の縁の殻を追う。殻の中の質量を $M = (4\pi/3)\rho r^3$ とし、殻の外の物質は殻の運動に効かないとする。殻の運動とそのエネルギー E は、

$$\ddot{r} = -\frac{GM}{r^2}, \qquad \frac{1}{2}\dot{r}^2 - \frac{GM}{r} = E \quad \Longrightarrow \quad H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{2E}{r^2}$$

である（$H = \dot{r}/r$）。フリードマン方程式は $H^2 = (8\pi G/3)\rho - kc^2/a^2$ と $\ddot{a}/a = -(4\pi G/3)(\rho + 3p/c^2)$ で、臨界密度は $\rho_c = 3H^2/8\pi G$、$\Omega = \rho/\rho_c$ である。殻の運動は $G = 1$、$H_0 = 1$ でルンゲ＝クッタ法で刻み、フリードマンの解の閉じた形と突き合わせた。

問い：宇宙の膨張の式は、ニュートンの重力だけでどこまで出るか。

2. 塵：殻とフリードマンの解

計算 2.1：殻のエネルギーが 0 になる速さで殻を放ち、半径と Ω を出した。

t	殻の半径	塵の解 $(1+3t/2)^{2/3}$	Ω	始まりから測った $d\ln a/d\ln t$
1	1.842016	1.842016	1.000000000	0.666667
10	6.349604	6.349604	1.000000000	0.666667
100	28.356413	28.356413	1.000000000	0.666667

> **観察 2.2**
>
> 塵なら、殻の運動はフリードマンの解そのものである。殻の半径と塵の解の相対差は $t=100$ でも 10^{-14} の桁で、始まりから測った膨張の指数は $2/3$ である——圧力の無い中身では、殻のエネルギーの式はフリードマンの第一式と同じ形で、減速の式も同じになる。

3. 曲率をエネルギーで読む

計算 3.1：殻のエネルギーが 0 より小さい場合と大きい場合で、$\Omega-1$ と $-2E/\dot r^2$ を並べた。

殻	t	Ω	$\Omega-1$	$-2E/\dot r^2$
閉じる（$E=-0.095000$）	0.5	1.362751	+0.362751	+0.362751
閉じる	2	1.769581	+0.769581	+0.769581
開く（$E=+0.105000$）	0.5	0.760052	−0.239948	−0.239948
開く	2	0.634185	−0.365815	−0.365815

> **観察 3.2**
>
> 臨界密度は、殻のエネルギーが 0 になる密度である。$\Omega-1=-2E/\dot r^2$ は六つの時刻とも 10^{-9} 以内で成り立ち、エネルギーが負なら $\Omega>1$、正なら $\Omega<1$ である——フリードマン方程式の曲率の項 $-kc^2/a^2$ は、殻の式では $2E/r^2$ として現れる。$\Omega=1$ は、殻がちょうど無限遠まで逃げ切るエネルギー 0 の条件である。

計算 3.3：$\rho_c=3H^2/8\pi G$ の $8\pi/3$ を d 次元で「2×（球の体積の係数 S_{d-1}/d）」と置き、論文905 の「$S_{d-1}\times(1-1/d)$」と並べた。

d	$2 \times S_{d-1}/d$	$S_{d-1}(1-1/d)$
2	6.283185	3.141593
3	8.377580	8.377580
4	9.869604	14.804407
5	10.527578	21.055156

観察 3.4

$8\pi/3$ は、運動エネルギーの $1/2$ と球の体積の $4\pi/3$ である。$H^2 = 2GM/r^3$ に $M = (4\pi/3)\rho r^3$ を入れると $H^2 = 2 \times (4\pi/3)G\rho$ で、2 は $\dot{r}^2/2$ から、$4\pi/3 = 4.188790$ は球の体積から来る——論文905 の $\int \sin^2\theta d\Omega = 8\pi/3$ は $d = 3$ でだけ同じ数で、$d = 4$ では 9.869604 と 14.804407 に分かれる。二つは別の数である。また半径 R の球で $GM/(Rv^2)$（$v = HR$）を出すと、$\Omega = 0.3 \cdot 1 \cdot 3$ で $R = 0.1 \cdot 1 \cdot 10$ のどれでも $0.150000 \cdot 0.500000 \cdot 1.500000$ で、$\Omega/2$ である。論文169 の 0.5 は、この $\Omega = 1$ の値である。

4. 光で満ちた宇宙

計算 4.1：圧力 $p = \rho c^2/3$ を持ち $\rho \propto a^{-4}$ で薄まる中身で、相対論の減速 $-(4\pi G/3)(\rho + 3p/c^2)a$ と、殻の減速 $-(4\pi G/3)\rho a$（圧力を重さに入れない）で膨張を刻んだ。

	相対論	ニュートンの殻	比
$t = 0$ の $\ddot{a}/a$	-1.000000	-0.500000	2.000000
$t = 1$ の a	1.732051	1.870829	1.080123
$t = 10$ の a	4.582576	8.426150	1.838737

観察 4.2

これが本稿の芯である。光で満ちた宇宙では、減速が二倍外れる。相対論の減速はニュートンの殻の 2.000000 倍で、殻の宇宙は減速が足りないぶん速く膨らみ、$t = 10$ で 1.838737 倍になる——相対論の側は $(1 + 2t)^{1/2}$ と相対 10^{-8} 以内で一致し、Ω は 1 のままだった。殻の計算で足りないのは、圧力の重さ $3p/c^2$ である。

計算 4.3：圧力と密度の比 $w = p/\rho c^2$ ごとに、減速の係数 $1 + 3w$ を出した。塵（$w = 0$）で 1.000000、光（$w = 1/3$）で 2.000000、$w = -1/3$ で 0.000000、$w = -1$ で -2.000000 である。

> **観察 4.4**
>
> 外れの係数は $1 + 3w$ である。ニュートンの殻の係数はいつも 1 で、一致するのは圧力の無い塵だけである——$w = -1/3$ では相対論の減速が 0 になり、$w = -1$ では符号が変わる。正の質量だけを重さとする殻の計算は、減速を 0 にも負にもできない。

5. 分離子

> **観察 5.1**
>
> 分離子は、中身に圧力があるかである。圧力が無ければ重さは質量だけで、ニュートンの殻の運動がフリードマン方程式そのものになる——圧力があれば、圧力も $3p/c^2$ として重さに入り、殻の計算は減速を $1 + 3w$ 倍だけ取り違える。

> **観察 5.2**
>
> 既刊との位置。論文485 は、ニュートン流の計算がミッチェルの半径で一致し、光の曲がりでは一般相対論の半分になることを示した——ここでも、塵で厳密に一致した殻の計算が、光で満ちた宇宙では減速の半分になった。型は同じだが、ここでの二倍は圧力の $1 + 3w$ で、あちらの二倍と同根かは判定しない。論文169 の 0.5 は殻のエネルギーが 0 の $\Omega/2$ であり、論文12 の $4\pi/3$ は殻の中の質量として臨界密度の係数に入り、論文01 の殻は、外の物質が効かない殻として使った。

> **観察 5.3**
>
> 言わないこと。実在の宇宙の密度や年齢、宇宙定数、暗黒エネルギー、空間の曲率の幾何、外の殻が効かないことの一般相対論での根拠は扱わない——示したのは、塵ならニュートンの殻でフリードマン方程式が出て、圧力のある中身では減速が $1 + 3w$ 倍外れることである。

6. 点呼と結び

1. $H^2 = (8\pi G/3)\rho + 2E/r^2$（第1節）：殻のエネルギーの式。
2. $t = 100$ で $\mathbf{28.356413}$（計算 2.1）：塵の解と 10^{-14} の桁。
3. $\Omega = 1.000000000$（計算 2.1）：エネルギー 0 ならいつも。
4. $\Omega - 1 = -2E/\dot{r}^2$（観察 3.2）：曲率はエネルギーで読める。
5. 閉じる殻の $\Omega = \mathbf{1.769581}$（計算 3.1）：$t = 2$。
6. $8\pi/3 = 2 \times 4\pi/3$（観察 3.4）：$d = 4$ で論文905 と別の数。
7. $GM/(Rv^2) = \Omega/2$（観察 3.4）：論文169 の 0.5。
8. 減速の比 $\mathbf{2.000000}$（計算 4.1）：本稿の芯・光で満ちた宇宙。
9. $t = 10$ で $\mathbf{1.838737}$ 倍（計算 4.1）：殻の宇宙は速く膨らむ。
10. 圧力があるか（観察 5.1）：分離子・$1 + 3w$・論文485・169・779・12・01。

結び：宇宙の膨張の式は、塵ならニュートンの殻で厳密に出るが、光で満ちた宇宙では減速が二倍外れる。一様な球の縁の殻をニュートンの重力で動かすと、エネルギーが 0 の殻はフリードマンの塵の解と $t = 100$ まで 10^{-14} の桁で一致し、Ω はいつも 1 だった——臨界密度は殻が逃げ切るエネルギー 0 の密度で、曲率の項は殻のエネルギーとして読め、$8\pi/3$ は運動エネルギーの $1/2$ と球の体積の $4\pi/3$ である。圧力を持つ光で満ちた宇宙では、相対論の減速が殻の 2.000000 倍になり、$t = 10$ で殻の宇宙は 1.838737 倍に膨らんだ——外れの係数は $1 + 3w$ で、殻の計算に入らないのは圧力の重さである。既刊との位置——論文485 の「一点で一致し、隣で二倍外れる」と同じ型を宇宙の膨張に見つけ、論文169 の 0.5 を殻のエネルギーの $1/2$ として読んだ。正直に言えば——$G = 1$ の模型で、宇宙定数も暗黒エネルギーも入れず、外の殻が効かない根拠には入っていない。

参考文献

1. 山岸勇輝 (2026).『ミッチェルの半径は当たっていたが、当たっていた理由は違う』[論文485]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22759928
2. 山岸勇輝 (2026).『シアマの「偶然の一致」は、恒等式である』[論文169]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22093563
3. 山岸勇輝 (2026).『「距離＝速さ×時間」は、光が旅するあいだに空間が伸びない近さでだけ成り立つ』[論文779]. Zenodo.
4. 山岸勇輝 (2026).『境界エネルギーから体積エネルギーへ』[論文12]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404703
5. 山岸勇輝 (2026).『球対称密度分布における $n = 2$ の唯一性定理』[論文01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
6. 山岸勇輝 (2026).『ラーモアの公式の 2/3 と c³ の 3 は、どちらも空間次元である』[論文905]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22803759
7. Friedmann, A. (1922). Über die Krümmung des Raumes. *Zeitschrift für Physik*.
8. Milne, E. A. (1934). A Newtonian expanding universe. *Quarterly Journal of Mathematics*.
9. McCrea, W. H., & Milne, E. A. (1934). Newtonian universes and the curvature of space. *Quarterly Journal of Mathematics*.

10. Birkhoff, G. D. (1923). *Relativity and Modern Physics*. Harvard University Press.

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)