電子の電磁質量の 4/3 は、球の体積ではなく場の向きの平均から来る

— $4/3$ は運動量密度とエネルギー密度の比 2 と場の向きの平均 $2/3$ の積で、d 次元では $2(1-1/d)$ になり、球の体積の係数とは $d=2\cdot3$ でだけ一致する — 分離子は、エネルギーで数えた質量か、運動量で数えた質量か — [論文908]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

電子を帯電した小さな球と見たときの電磁質量の $4/3$ は、球の体積の $4\pi R^3/3$ の $4/3$ と同じものだと思いやすい。本稿は、動く帯電球殻の場のエネルギーと運動量を数値積分で数え、$4/3$ がどこから来るかを見る。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、場の運動量は $(4/3)\gamma\beta U_0$ である——半径 1・電荷 1 の球殻を $\beta=0.5$ で動かすと、外の場の運動量は $\mathbf{0.384900179}$、エネルギーは $\mathbf{0.625462792}$ で、閉じた式と相対 10^{-14} の桁で一致した（第2節）。 第二に、運動量で数えた質量は、エネルギーで数えた質量の $4/3$ 倍である——$p/(\gamma\beta U_0)$ は $\beta=0.1\cdot0.5\cdot0.9$ のすべてで $\mathbf{1.333333}$ で、$U/(\gamma U_0)$ は $1.003333\cdot1.083333\cdot1.270000$ と動き、二つは一つの質量にまとまらない（第2節）。 第三に、これが本稿の芯である。$4/3$ は、場の向きの平均 $2/3$ の二倍である——運動量密度 $\boldsymbol{E}\times(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{E})/4\pi$ は $vE^2\sin^2\theta/4\pi$ で、エネルギー密度 $E^2/8\pi$ との比の 2 と、$\sin^2\theta$ の球面平均 $2/3$ の積が $4/3$ になる。d 次元では $2(1-1/d)$ で、$d=2$ から 5 で $1.000000\cdot1.333333\cdot1.500000\cdot1.600000$ である（第3節）。 第四に、球の体積の $4/3$ とは、三次元以下でだけ同じ数である——球の体積を π の冪で割った係数は $d=2$ から 6 で $1\cdot4/3\cdot1/2\cdot8/15\cdot1/6$ で、電磁質量の比とは $d=2\cdot3$ でだけ一致し、$d=4\cdot5$ で $\mathbf{3.000000}$ 倍、$d=6$ で 10 倍ずれる（第3節）。 第五に、$2/3$ は、ラーモアの公式の $2/3$ と同じ平均である——論文905 の $2/3$ も $\langle\sin^2\theta\rangle$ で、どちらも固定した向きとの外積の二乗を球面で平均した値である（第4節）。 第六に、分離子は、エネルギーで数えた質量か、運動量で数えた質量かである——エネルギーで数えれば U_0、運動量で数えれば $(4/3)U_0$ で、その差は場の向きの平均から出る（第5節）。 キーワード：電磁質量、4/3 問題、場の運動量、ポアンカレ応力、角度の平均、古典電子。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——帯電球殻の場の運動量が $(4/3)\gamma\beta U_0$、エネルギーが $\gamma U_0(1+\beta^2/3)$ であること、エネルギーと運動量が一つの 4 元ベクトルにならないこと（アブラハム 1903）、電磁的でない応力を足すと整合すること（ポアンカレ 1906）、その扱いの整理（ロールリッヒ 1960）は、いずれも既知である。ポアンカレ応力を計算しない——応力が $1/3$ の差をどう埋めるかは既知として述べるだけで、数えない。実在の電子を主張しない——半径 1・電荷 1 の球殻の模型で、電子の実際の半径や質量、量子電磁力学の扱いには入らない。既刊との関係：論文905 は、ラーモアの公式の $2/3$ が角分布 $\sin^2\theta$ の球面平均 $1-1/d$ の $d=3$ であることを示した——ここでの $2/3$ も同じ $\langle\sin^2\theta\rangle$ で、どちらも固定した向き（あちらは加速度、こちらは速度）との外積の二乗を球面で平均した値である。別の場所で出会った二つが同じ平均から来るので、論文300 の意味で同根と書く。論文12 は、$E=mc^2=4\pi c^2$ を球の表面積の形として読み、表面積を積分して体積 $(4/3)\pi c^3$ を戻した——ここでは、同じ $4/3$ という数が電磁質量に出るが、出所は球の体積ではなく場の向きの平均であることを数える。論文240 は、「質量」が七つあることを示した——ここでは、エネルギーで数えた質量と運動量で数えた質量が、一つの帯電球殻の場で $4/3$ 倍違うことを数える。論文300 は、同根か別根かが判定できることを示した——ここでは、電磁質量の $4/3$ が球の体積の $4/3$ と別根で、ラーモアの $2/3$ と同根であることを、d を動かして判定する。加えたのは、動く帯電球殻の場を三次元の格子で数値積分して閉じた式と突き合わせたこと、$4/3$ を比 2 と平均 $2/3$ に分けたこと、球の体積の係数と d ごとに並べて三次元以下でだけ一致することを示したこと、分離子を「エネルギーか、運動量か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：ガウス単位で $c=1$ とし、半径 $R=1$、電荷 $q=1$ の帯電球殻を考える。静止したときの外の場のエネルギーは $U_0=q^2/2R=0.5$ である。球殻が x 向きに速さ β で動くとき、実験室系の場は、静止系の場 $\boldsymbol{E}'=q\boldsymbol{r}'/r'^3$ の平行成分がそのまま、垂直成分が γ 倍になり、$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{\beta}\times\boldsymbol{E}$ である。

$$U=\int\frac{E^2+B^2}{8\pi}\,dV,\qquad p_x=\int\frac{(E\times B)_x}{4\pi}\,dV,\qquad dV=\frac{dV'}{\gamma}$$

静止系の座標 (r',θ',φ') に三次元の格子（$r'=R/u$ のガウス＝ルジャンドル点 400・θ' に 200・φ' に 24）を置き、実験室系の $\boldsymbol{E}$ と $\boldsymbol{B}$ を作って数値積分した。比べる閉じた式は $U=\gamma U_0(1+\beta^2/3)$ と $p=(4/3)\gamma\beta U_0$ である。

問い：電磁質量の $4/3$ は、どこから来るか。

2. 場のエネルギーと運動量

計算 2.1：三つの速さで、場のエネルギーと運動量を数値積分した。

β	γ	場のエネルギー（数値）	$\gamma U_0(1+\beta^2/3)$	場の運動量（数値）	$(4/3)\gamma\beta U_0$
0.1	1.005038	0.504193971	0.504193971	0.067002521	0.067002521
0.5	1.154701	0.625462792	0.625462792	0.384900179	0.384900179
0.9	2.294157	1.456789910	1.456789910	1.376494403	1.376494403

> **観察 2.2**
>
> 運動量で数えた質量は、エネルギーで数えた質量の $4/3$ 倍である。静止の場のエネルギーは格子の上でも 0.500000000 で、動く場の数値積分は閉じた式と相対 10^{-14} の桁で一致した——$p/(\gamma\beta U_0)$ は三つの β すべてで 1.333333 で、$U/(\gamma U_0)$ は 1.003333・1.083333・1.270000 と動く。場のエネルギーと運動量が一つの 4 元ベクトルなら $p/(\gamma\beta)$ と U/γ はどちらも U_0 になるはずだが、$\beta=0.5$ で 0.666667 と 0.541667 で合わない。

3. $4/3$ の中身

計算 3.1：運動量密度 $E\times(v\times E)=vE^2-E(E\cdot v)$ を球面で平均すると $vE^2\langle\sin^2\theta\rangle$ で、$p=(v/c^2)2\langle\sin^2\theta\rangle U$ になる。$\langle\sin^2\theta\rangle$ を d 次元の球面の測度で数値積分し、球の体積 $V_d=S_{d-1}R^d/d$ を $\pi^{\lfloor d/2\rfloor}$ で割った係数と並べた。

d	$\langle\sin^2\theta\rangle$	電磁質量の比 $2\langle\sin^2\theta\rangle$	球の体積の係数	比
2	0.500000	1.000000	1.000000	1.000000
3	0.666667	1.333333	1.333333	1.000000
4	0.750000	1.500000	0.500000	3.000000
5	0.800000	1.600000	0.533333	3.000000
6	（$5/6$）	1.666667	0.166667	10.000000

観察 3.2

これが本稿の芯である。$4/3$ は、場の向きの平均 $2/3$ の二倍である。2 は運動量密度の $1/4\pi$ とエネルギー密度の $1/8\pi$ の比、$2/3$ は $\sin^2\theta$ の球面平均で、d 次元では比は $2(1-1/d)$ になる——向きを見なければ比は 2 で、場が速度の向きに沿う成分は運動量を運ばないので $\langle\sin^2\theta\rangle$ が掛かる。球の体積の係数は $d=2\cdot 3$ でだけ電磁質量の比と一致し、$d=4\cdot 5$ で 3.000000 倍、$d=6$ で 10 倍ずれる。二つの $4/3$ は、三次元以下でだけ同じ数の別の量である。$d=3$ で $4\pi/3=4.188790$ と $4/3=1.333333$ の比は π である。

4. ラーモアの $2/3$

観察 4.1

$2/3$ は、ラーモアの公式の $2/3$ と同じ平均である。論文905 は、加速する電荷の放射の角分布 $\sin^2\theta$ の平均が $1-1/d$ で、$d=3$ の $2/3$ がラーモアの係数であることを示した——ここでの $\sin^2\theta$ は、速度と電場の外積の二乗から出る。どちらも固定した向き（あちらは加速度、こちらは速度）との外積の二乗を球面で平均した値で、別の場所で出会った二つが同じ平均から来る。論文300 の意味で、同根と書く。

5. 分離子

観察 5.1

分離子は、エネルギーで数えた質量か、運動量で数えた質量かである。静止した場のエネルギーを c^2 で割れば U_0 で、動かしたときの運動量を速さで割れば $(4/3)U_0$ である——その $4/3$ は球の体積から来るのではなく、運動量密度の係数 2 と場の向きの平均 $2/3$ から来る。二つの質量の差 $1/3$ を、電磁的でない応力が埋めることは既知である。

> **観察 5.2**
>
> 既刊との位置。論文12 は $E = mc^2$ を球の表面積の形で読み、体積 $(4/3)\pi c^3$ を戻した——ここでは同じ $4/3$ という数が電磁質量に出るが、出所は別で、$d = 4$ で分かれる。論文240 は「質量」が七つあることを示した。ここでは一つの帯電球殻で、エネルギーの質量と運動量の質量が $4/3$ 倍違った。論文905 のラーモアの $2/3$ とは、同じ平均から来る同根である。

> **観察 5.3**
>
> 言わないこと。ポアンカレ応力の中身、実在の電子の半径と質量、量子電磁力学での質量の扱いは扱わない——示したのは、帯電球殻の場の運動量の $4/3$ が場の向きの平均 $2/3$ の二倍であり、球の体積の $4/3$ とは三次元以下でだけ同じ数だということである。

6. 点呼と結び

1. $p_x = \int (E \times B)_x / 4\pi dV$（第1節）：場の運動量。
2. $\beta = 0.5$ で運動量 $\mathbf{0.384900179}$（計算 2.1）：$(4/3)\gamma\beta U_0$。
3. $\beta = 0.5$ でエネルギー $\mathbf{0.625462792}$（計算 2.1）：$\gamma U_0(1 + \beta^2/3)$。
4. $p/(\gamma\beta U_0) = \mathbf{1.333333}$（観察 2.2）：$\beta$ に依らない。
5. $\mathbf{0.666667}$ 対 $\mathbf{0.541667}$（観察 2.2）：一つの 4 元ベクトルにならない。
6. $4/3 = 2 \times 2/3$（観察 3.2）：本稿の芯。
7. d 次元で $2(1 - 1/d)$（計算 3.1）：$1 \cdot 4/3 \cdot 3/2 \cdot 8/5$。
8. $d = 4$ で $\mathbf{3.000000}$ 倍（計算 3.1）：球の体積の係数と分かれる。
9. ラーモアの $2/3$ と同じ平均（観察 4.1）：同根。
10. エネルギーか、運動量か（観察 5.1）：分離子・論文905・12・240・300。

結び：電子の電磁質量の $4/3$ は球の体積の $4/3$ ではなく、場の向きの平均 $2/3$ の二倍である。動く帯電球殻の場を数値積分すると、運動量は $(4/3)\gamma\beta U_0$、エネルギーは $\gamma U_0(1 + \beta^2/3)$ で、$p/(\gamma\beta U_0)$ はどの速さでも $\mathbf{1.333333}$ だった——運動量で数えた質量はエネルギーで数えた質量の $4/3$ 倍で、二つは一つの質量にまとまらない。その $4/3$ は運動量密度とエネルギー密度の比 2 と、$\sin^2\theta$ の球面平均 $2/3$ の積で、d 次元では $2(1 - 1/d)$ になり、球の体積の係数とは $d = 2 \cdot 3$ でだけ一致して $d = 4$ で 3.000000 倍ずれた——同じ数に見えた二つの $4/3$ は別根で、$2/3$ の側はラーモアの公式と同根である。既刊との位置——論文12 の体積の $4/3$ と論文905 のラーモアの $2/3$ のあいだに、電磁質量の $4/3$ を置いた。正直に言えば——半径 1・電荷 1 の模型で、ポアンカレ応力の中身にも量子電磁力学にも入っていない。

参考文献

1. 山岸勇輝 (2026).『ラーモアの公式の 2/3 と c^3 の 3 は、どちらも空間次元である』[論文905]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22803759
2. 山岸勇輝 (2026).『境界エネルギーから体積エネルギーへ』[論文12]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404703
3. 山岸勇輝 (2026).『「質量」は七つあり、そのうち一つは負になり、一つは押す向きで変わる』[論文240]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22129765
4. 山岸勇輝 (2026).『三百本目の点呼』[論文300]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22171914
5. Abraham, M. (1903). Prinzipien der Dynamik des Elektrons. *Annalen der Physik*.
6. Poincaré, H. (1906). Sur la dynamique de l’électron. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*.
7. Rohrlich, F. (1960). Self-energy and stability of the classical electron. *American Journal of Physics*.
8. Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1964). *The Feynman Lectures on Physics, Vol. II*. Addison-Wesley.
9. Jackson, J. D. (1998). *Classical Electrodynamics* (3rd ed.). Wiley.

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)