

La courbure est intrinsèque

— Riemann, et le langage pour ne pas confondre les nombreuses « courbures » du corpus — [Article 91]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japon

Septembre 2026 (Deuxième édition)

— *From thinking to syncing.* —

Résumé

La **source** du courant principal de la physique géométrique dans lequel se situe ce corpus est Bernhard Riemann. Sa révolution, en une ligne : **la courbure est intrinsèque**. La flexion d'une surface ou d'un espace n'est pas une propriété de son plongement dans quelque espace extérieur de dimension supérieure ; elle est déterminée par la seule **métrique propre** de l'espace. Le Theorema Egregium de Gauss (la courbure gaussienne est invariante par isométrie — déterminée par la seule première forme fondamentale) fut généralisé par Riemann en 1854 à n dimensions, donnant le **tenseur de courbure de Riemann** — une quantité bâtie à partir de la seule métrique et de ses dérivées (les symboles de Christoffel). Intrinsèque signifie : **on peut détecter la courbure de l'intérieur, sans sortir** (holonomie du transport parallèle ; déviation géodésique ; somme des angles d'un triangle). Cet article utilise le langage de Riemann comme **outil pour trier les plusieurs « courbures » du corpus**. Le corpus fait intervenir plusieurs courbures — la courbure de l'espace-temps (relativité générale), la **courbure constante de l'espace des vitesses** $K = -1/c^2$ (Article 60), et Gauss–Bonnet, qui intègre la courbure gaussienne de la 2-sphère en 4π (Article 67). Riemann **unifie** « ce qu'est la courbure » en un seul concept intrinsèque, mais cela ne signifie pas que **la courbure de chaque espace soit la même quantité**. Chacune est une quantité intrinsèque d'une variété différente, et **bien qu'elles partagent le mot « courbure », ce sont des racines distinctes** (Articles 48 et 58). **Ce qui est partagé, c'est le concept (le caractère intrinsèque) ; les instances sont séparées, une à une.**

Portée (scope note) : Cet article est une **interprétation structurelle** (couche 2) de mathématiques établies (le Theorema Egregium de Gauss, la géométrie riemannienne, le tenseur de courbure de Riemann). Connus : le Theorema Egregium (Gauss 1827), le tenseur de courbure de Riemann et la courbure intrinsèque (Riemann 1854), ainsi que le théorème de Gauss–Bonnet. L'article ne contient aucune mathématique nouvelle ni aucune prédiction, et n'étend pas la géométrie riemannienne. Il n'infère pas l'identité de racine à partir de la coïncidence d'un mot ou d'une valeur (Articles 48 et 58). « OS de l'Univers » et « la matière est courbure » sont des lentilles non scientifiques de la couche 3, non des affirmations de mécanisme. Relation avec les articles antérieurs : la courbure de l'espace des vitesses vient de l'Article 60, et la lecture par Gauss–Bonnet du 4π de la sphère, de l'Article 67. **Ce que cet article ajoute**, c'est d'appliquer le langage de Riemann aux « courbures » dispersées dans le corpus — espace-temps, espace des vitesses, sphère — et de les trier, **sous un seul concept intrinsèque, comme des racines distinctes vivant sur des variétés différentes**.

1. Introduction : la source du courant principal, et le polysème « courbure »

Ce corpus s'est placé dans le **courant principal de la physique géométrique** qui va de Riemann → Clifford → Einstein → Weyl → Cartan → Hopf → ... À sa source se tient Bernhard Riemann. Le coup le plus profond qu'il a laissé est l'intuition que **la courbure est intrinsèque**.

Cette intuition compte doublement pour le corpus. D'abord, toutes les lectures géométriques du corpus descendent de Riemann. Ensuite — et c'est le point pratique de cet article — le mot « courbure » apparaît dans le corpus en **plusieurs endroits différents** : courbure de l'espace-temps, courbure de l'espace des vitesses, courbure de la sphère. Le langage de Riemann fournit l'outil pour en parler **avec un seul concept intrinsèque sans les confondre**.

2. Du Theorema Egregium à la courbure de Riemann : déterminée par la seule métrique

Fait standard 2.1 (Theorema Egregium → Riemann)

Le **Theorema Egregium** de Gauss (1827) : la courbure gaussienne K d'une surface est invariante par isométrie et déterminée par la **seule première forme fondamentale (la métrique)** — pliez la surface comme vous voulez (sans l'étirer), K ne change pas. Riemann (1854) a généralisé cela aux variétés de dimension n et, à partir de la métrique g_{ij} et de ses dérivées, a construit le **tenseur de courbure de Riemann**

$$R^i_{jkl} = \partial_k \Gamma^i_{lj} - \partial_l \Gamma^i_{kj} + \Gamma^i_{km} \Gamma^m_{lj} - \Gamma^i_{lm} \Gamma^m_{kj}$$

(les Γ sont les symboles de Christoffel construits à partir de la métrique). La courbure est définie **intrinsèquement, sans qu'aucun plongement dans un espace extérieur soit nécessaire**.

Le cœur de l’affaire est que la courbure n’est **pas** « **la flexion vue de l’extérieur** ». Un cylindre a une courbure gaussienne nulle — ce n’est qu’un plan enroulé, intrinsèquement plat. Une sphère a $K > 0$, ce qu’un habitant de la sphère peut savoir sans sortir. La courbure est **un fait interne à l’espace lui-même**.

3. Ce que signifie « intrinsèque » : connaître la courbure sans sortir

Le caractère intrinsèque est concret. Dans un espace courbe — un vecteur **transporté parallèlement** le long d’une boucle fermée revient tourné par rapport à sa direction initiale (holonomie) ; des **géodésiques voisines convergent ou divergent** (déviation géodésique) ; la **somme des angles d’un triangle** s’écarte de π . Tout cela est fixé par des **mesures internes à l’espace seul**. Aucun espace extérieur de dimension supérieure, aucun plongement n’est requis. Ce que Riemann a ouvert, c’est un monde dans lequel « un espace peut avoir sa propre géométrie », et cela a préparé la route vers la gravitation d’Einstein (la courbure de l’espace-temps lui-même).

4. Trier les plusieurs « courbures » du corpus (racines distinctes)

Dans le langage de Riemann, alignons les courbures qui apparaissent dans le corpus. Toutes sont des courbures intrinsèques, mais elles vivent sur des **variétés différentes** — **des racines distinctes**.

Quelle courbure	Variété	Contenu intrinsèque	Articles
Courbure de l’espace-temps	espace-temps 4D	tenseur de Ricci / de Riemann (gravitation)	(relativité générale)
Courbure de l’espace des vitesses	espace des vitesses	constante négative $K = -1/c^2$	Article 60
Courbure de la sphère	S^2	$\int_{S^2} K \, dA = 2\pi\chi = 4\pi$	Article 67

Observation 4.1 (Un concept, des instances à racines distinctes)

Riemann unifie « ce qu’est la courbure » en **un seul concept intrinsèque**. Mais cela ne signifie pas que **ces courbures soient toutes la même quantité**. Le $K = -1/c^2$ de l’espace des vitesses (Article 60), la courbure de l’espace-temps (gravitation) et le K de la sphère (Article 67) sont chacun des **quantités intrinsèques de variétés différentes**, des **racines distinctes** qui ne font que partager le mot « courbure » (Articles 48 et 58). Ce qui est partagé, c’est le **concept (le caractère intrinsèque)** ; les **instances sont séparées, une à une**. Le langage de Riemann est nécessaire pour manier ce « un concept, plusieurs racines distinctes ».

5. Lien avec le corpus : comme source du courant principal

Riemann est la **source** de la lignée de la physique géométrique dans laquelle se situe le corpus (Riemann → Clifford → Einstein → Weyl → Cartan → Hopf → gravité émergente). Toutes les lectures géométriques du corpus — voir l'espace des vitesses comme un espace courbe (60), lire 4π comme l'intégrale de la courbure intrinsèque de la sphère (67), lire la gravitation comme courbure de l'espace-temps — descendent du coup unique de Riemann, « la courbure est intrinsèque ». La contribution de cet article n'est pas un nouveau théorème, mais d'appliquer **le langage de Riemann aux plusieurs courbures du corpus et de trier les racines distinctes sous un seul concept**.

Réflexion personnelle (couche 3 ; étiquetée non scientifique / aucune affirmation de mécanisme)

À la fin de sa leçon de 1854, Riemann a laissé le fondement de la métrique de l'espace comme une question pour la physique : à moins que la réalité qui sous-tend l'espace ne forme une variété discrète, **le fondement de ses relations métriques doit être cherché à l'extérieur, dans des forces de liaison qui agissent sur elle**. La courbure peut se mesurer de l'intérieur, mais **ce qui détermine** cette flexion est une question extérieure à la géométrie — telle est la distinction. Ce germe est passé à la « matière comme flexion de l'espace » de Clifford et à la géomérodynamique de Wheeler, et devient, dans la lentille (métaphore) du corpus, l'image selon laquelle « l'OS de l'Univers n'a pas d'échafaudage extérieur (pas de plongement) et produit le rendu du monde à partir de la géométrie intrinsèque ». Mais **ceci porte l'étiquette non scientifique**. « Matière = courbure » et « OS » sont des images qui portent l'intuition, non des mécanismes ni des prédictions. **Ce qui est certain ici, c'est le point de géométrie standard selon lequel la courbure est intrinsèque**. Qu'un mathématicien, à la source, nous ait appris qu'« un espace a sa propre géométrie », je le consigne avec un respect tranquille.

6. Conclusion

La révolution de Riemann tenait en un point : **la courbure est intrinsèque** — la flexion d'un espace n'est pas fixée par un plongement extérieur mais par la seule métrique propre de l'espace. Le tenseur de courbure de Riemann, qui généralise le Theorema Egregium à n dimensions, a donné un langage pour parler de la flexion d'un espace à partir de mesures intérieures, sans sortir. Cela a ouvert le courant principal de la physique géométrique, gravitation d'Einstein comprise.

Ce langage est aussi pratique pour le corpus. Les plusieurs « courbures » qui y apparaissent — espace-temps, espace des vitesses (60), sphère (67) — **peuvent se dire avec un seul concept intrinsèque, mais sont des racines distinctes vivant sur des variétés différentes**. Un concept, des instances distinctes. Ce qu'a fait cet article, c'est appliquer le langage de Riemann, source du courant principal, aux plusieurs courbures du corpus et les trier comme racines distinctes. Un espace a sa propre géométrie — à cette source, nous renvoyons tranquillement une adresse.

Registre des révisions

Deuxième édition (septembre 2026) : la forme a été alignée sur le modèle actuel (le positionnement et la portée sont réunis dans la note de portée juste après le résumé, et la section « Portée (ce qui est montré, et ce qui ne l'est pas) » est supprimée). Le résumé de la fin de la leçon de Riemann dans la réflexion personnelle a été corrigé d'après l'original (Riemann dit que, pour une variété continue, le fondement des relations métriques doit être cherché à l'extérieur, dans des forces de liaison qui agissent sur elle). Une phrase du résumé qui pouvait se lire « partager le mot en fait des racines distinctes » a été corrigée. La référence pour la lecture par Gauss–Bonnet a été restreinte à l'Article 67. Les autocitations portent désormais, une par entrée, leurs titres et DOI effectifs, et les références externes sont données avec auteur, année, titre et revue.

Références

1. Gauss, C. F. (1827). *Disquisitiones generales circa superficies curvas*.
2. Riemann, B. (1854/1868). *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*. Abh. Kön. Ges. Wiss. Göttingen.
3. do Carmo, M. P. (1992). *Riemannian Geometry*. Birkhäuser.
4. Spivak, M. (1979). *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*. Publish or Perish.
5. Yamagishi, Y. (2026). *The Pfaffian's $2^n n!$ Is One Block* [Article 48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
6. Yamagishi, Y. (2026). *The Agreement of the Factors 2 Is a Case of Distinct Roots* [Article 58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
7. Yamagishi, Y. (2026). *c as the Ball of Velocity Space* [Article 60]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21598012
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Euler-Characteristic Origin of the 4π Patch* [Article 67]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21642170

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Sous licence Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)