

La curvatura è intrinseca

— Riemann, e il linguaggio per non confondere le molte «curvature» del corpus — [Articolo 91]

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Giappone

Settembre 2026 (Seconda edizione)

— *From thinking to syncing.* —

Sommario

La **sorgente** del corso principale della fisica geometrica in cui si colloca questo corpus è Bernhard Riemann. La sua rivoluzione, in una riga: **la curvatura è intrinseca**. Il piegarsi di una superficie o di uno spazio non è una proprietà della sua immersione in qualche spazio esterno di dimensione superiore, ma è determinato soltanto dalla **metrica propria** dello spazio. Il Theorema Egregium di Gauss (la curvatura gaussiana è invariante per isometria — determinata dalla sola prima forma fondamentale) fu generalizzato da Riemann nel 1854 a n dimensioni, dando il **tensore di curvatura di Riemann** — una quantità costruita dalla sola metrica e dalle sue derivate (i simboli di Christoffel). Intrinseco significa: **la curvatura si può rilevare dall'interno, senza uscire** (olonomia del trasporto parallelo; deviazione geodetica; la somma degli angoli di un triangolo). Questo articolo usa il linguaggio di Riemann come **strumento per ordinare le diverse «curvature» del corpus**. Nel corpus compaiono diverse curvature — la curvatura dello spaziotempo (relatività generale), la **curvatura costante dello spazio delle velocità** $K = -1/c^2$ (articolo 60) e Gauss–Bonnet, che integra la curvatura gaussiana della 2-sfera a 4π (articolo 67). Riemann **unifica** «che cosa sia la curvatura» in un solo concetto intrinseco, ma ciò non significa che **la curvatura di ogni spazio sia la stessa quantità**. Ciascuna è una quantità intrinseca di una varietà diversa, e **pur condividendo la parola «curvatura», sono radici distinte** (articoli 48 e 58). **Ciò che è condiviso è il concetto (l'intrinsecità); le istanze sono separate, una per una.**

Portata (scope note): Questo articolo è un'interpretazione strutturale (strato 2) di matematica consolidata (il Theorema Egregium di Gauss, la geometria riemanniana, il tensore di curvatura di Riemann). Noti: il Theorema Egregium (Gauss 1827), il tensore di curvatura di Riemann e la curvatura intrinseca (Riemann 1854), e il teorema di Gauss–Bonnet. L'articolo non contiene nuova matematica né alcuna previsione, e non estende la geometria riemanniana. Non inferisce l'identità di radice dalla coincidenza di una parola o di un valore (articoli 48 e 58). «OS dell'Universo» e «la materia è curvatura» sono lenti non scientifiche dello strato 3, non affermazioni di meccanismo. Relazione con gli articoli precedenti: la curvatura dello spazio delle velocità proviene dall'articolo 60, e la lettura del 4π della sfera tramite Gauss–Bonnet dall'articolo 67. **Ciò che questo articolo aggiunge** è applicare il linguaggio di Riemann alle «curvature» sparse nel corpus — spaziotempo, spazio delle velocità, sfera — e ordinarle, **sotto un solo concetto intrinseco, come radici distinte che vivono su varietà diverse.**

1. Introduzione: la sorgente del corso principale, e il polisemo «curvatura»

Questo corpus si è collocato nel **corso principale della fisica geometrica** che scorre da Riemann → Clifford → Einstein → Weyl → Cartan → Hopf → ... Alla sua sorgente sta Bernhard Riemann. Il colpo più profondo che ha lasciato è l'intuizione che **la curvatura è intrinseca**.

Questa intuizione conta doppiamente per il corpus. Primo, tutte le letture geometriche del corpus sono discendenti di Riemann. Secondo — ed è questo il punto pratico dell'articolo — la parola «curvatura» compare nel corpus in **diversi luoghi**: curvatura dello spaziotempo, curvatura dello spazio delle velocità, curvatura della sfera. Il linguaggio di Riemann dà lo strumento per parlarne **con un solo concetto intrinseco senza confonderle**.

2. Dal Theorema Egregium alla curvatura di Riemann: determinata dalla sola metrica

Fatto standard 2.1 (Theorema Egregium → Riemann)

Il **Theorema Egregium** di Gauss (1827): la curvatura gaussiana K di una superficie è invariante per isometria ed è determinata dalla **sola prima forma fondamentale (la metrica)** — si pieghi la superficie come si vuole (senza stirarla) e K non cambia. Riemann (1854) generalizzò ciò a varietà di dimensione n e, dalla metrica g_{ij} e dalle sue derivate, costruì il **tensore di curvatura di Riemann**

$$R^i_{jkl} = \partial_k \Gamma^i_{lj} - \partial_l \Gamma^i_{kj} + \Gamma^i_{km} \Gamma^m_{lj} - \Gamma^i_{lm} \Gamma^m_{kj}$$

(i Γ sono i simboli di Christoffel costruiti dalla metrica). La curvatura è definita **intrinsecamente, senza bisogno di alcuna immersione in uno spazio esterno**.

Il nucleo qui è che la curvatura **non** è «il piegarsi visto dall'esterno». Un cilindro ha curvatura gaussiana nulla — è solo un piano arrotolato, intrinsecamente piatto. Una sfera ha $K > 0$, cosa che un abitante della sfera può sapere senza uscire. La curvatura è **un fatto interno allo spazio stesso**.

3. Che cosa significa «intrinseco»: conoscere la curvatura senza uscire

L'intrinsecità è concreta. In uno spazio curvo — un vettore **trasportato parallelamente** lungo un cammino chiuso risulta ruotato rispetto alla direzione iniziale (olonomia); **geodetiche vicine convergono o divergono** (deviazione geodetica); la **somma degli angoli di un triangolo** si discosta da π . Tutto ciò è fissato **soltanto da misure interne allo spazio**. Non serve alcuno spazio esterno di dimensione superiore, alcuna immersione. Ciò che Riemann aprì è un mondo in cui «uno spazio può avere una propria geometria», e questo preparò la strada alla gravitazione di Einstein (la curvatura dello spaziotempo stesso).

4. Ordinare le diverse «curvature» del corpus (radici distinte)

Nel linguaggio di Riemann, mettiamo in fila le curvature che compaiono nel corpus. Tutte sono curvature intrinseche, ma vivono su **varietà diverse — radici distinte**.

Quale curvatura	Varietà	Contenuto intrinseco	Articoli
Curvatura dello spaziotempo	spaziotempo 4D	tensore di Ricci / di Riemann (gravità)	(relatività generale)
Curvatura dello spazio delle velocità	spazio delle velocità	costante negativa $K = -1/c^2$	Articolo 60
Curvatura della sfera	S^2	$\int_{S^2} K \, dA = 2\pi\chi = 4\pi$	Articolo 67

Osservazione 4.1 (Un concetto, istanze a radici distinte)

Riemann unifica «che cosa sia la curvatura» in **un solo concetto intrinseco**. Ma ciò non significa che **queste curvature siano tutte la stessa quantità**. Il $K = -1/c^2$ dello spazio delle velocità (articolo 60), la curvatura dello spaziotempo (gravità) e il K della sfera (articolo 67) sono ciascuno **quantità intrinseche di varietà diverse, radici distinte** che condividono soltanto la parola «curvatura» (articoli 48 e 58). Ciò che è condiviso è il **concetto (l'intrinsecità); le istanze sono separate, una per una**. Per trattare questo «un concetto, diverse radici distinte» serve il linguaggio di Riemann.

5. Collegamento con il corpus: come sorgente del corso principale

Riemann è la **sorgente** della linea della fisica geometrica in cui si colloca il corpus (Riemann → Clifford → Einstein → Weyl → Cartan → Hopf → gravità emergente). Tutte le letture geometriche del corpus — vedere lo spazio delle velocità come uno spazio curvo (60), leggere 4π come l'integrale della curvatura intrinseca della sfera (67), leggere la gravità come curvatura dello spaziotempo — discendono dal singolo colpo di Riemann, «la curvatura è intrinseca». Il contributo di questo articolo non è un nuovo teorema, ma applicare **il linguaggio di Riemann alle diverse curvature del corpus e ordinare le radici distinte sotto un solo concetto**.

Riflessione personale (strato 3; etichettata come non scientifica / nessuna affermazione di meccanismo)

Alla chiusura della sua lezione del 1854, Riemann lasciò il fondamento della metrica dello spazio come questione per la fisica: a meno che la realtà che sta alla base dello spazio non formi una varietà discreta, **il fondamento delle sue relazioni metriche va cercato al di fuori, nelle forze di legame che agiscono su di essa**. La curvatura si può misurare dall'interno, ma **che cosa determini** quel piegarsi è una questione esterna alla geometria — questa è la distinzione. Questo seme passò alla «materia come piegatura dello spazio» di Clifford e alla geometrodinamica di Wheeler, e nella lente (metafora) del corpus diventa l'immagine per cui «l'OS dell'Universo non ha un'impalcatura esterna (nessuna immersione) e restituisce il mondo a partire dalla geometria intrinseca». Ma **questo porta l'etichetta non scientifica**. «Materia = curvatura» e «OS» sono immagini che sostengono l'intuizione, non meccanismi né previsioni. **Ciò che qui è certo è il punto di geometria standard per cui la curvatura è intrinseca**. Che un matematico, alla sorgente, ci abbia insegnato che «uno spazio ha una propria geometria», lo registro con quieto rispetto.

6. Conclusione

La rivoluzione di Riemann stava in un punto: **la curvatura è intrinseca** — il piegarsi di uno spazio è fissato non da un'immersione esterna ma soltanto dalla metrica propria dello spazio. Il tensore di curvatura di Riemann, generalizzando il Theorema Egregium a n dimensioni, diede un linguaggio per parlare del piegarsi di uno spazio a partire da misure interne, senza uscire. Questo aprì il corso principale della fisica geometrica, compresa la gravitazione di Einstein.

Questo linguaggio è pratico anche per il corpus. Le diverse «curvature» che vi compaiono — spaziotempo, spazio delle velocità (60), sfera (67) — **si possono dire con un solo concetto intrinseco, ma sono radici distinte che vivono su varietà diverse**. Un concetto, istanze distinte. Ciò che questo articolo ha fatto è applicare il linguaggio di Riemann, sorgente del corso principale, alle diverse curvature del corpus e ordinarle come radici distinte. Uno spazio ha una propria geometria — a quella sorgente restituiamo in silenzio un indirizzo.

Registro delle revisioni

Seconda edizione (settembre 2026): la forma è stata allineata al modello attuale (collocazione e portata sono raccolte nella nota di portata subito dopo il sommario, ed è stata tolta la sezione «Portata (che cosa si mostra e che cosa no)»). Il riassunto della chiusura della lezione di Riemann nella riflessione personale è stato corretto in base all'originale (Riemann dice che, per una varietà continua, il fondamento delle relazioni metriche va cercato al di fuori, nelle forze di legame che agiscono su di essa). È stata corretta una frase del sommario che poteva leggersi come «condividere la parola le rende radici distinte». Il riferimento per la lettura tramite Gauss–Bonnet è stato ristretto all'articolo 67. Le autocitazioni riportano ora, una per voce, i loro titoli e DOI effettivi, e i riferimenti esterni sono dati con autore, anno, titolo e rivista.

Bibliografia

1. Gauss, C. F. (1827). *Disquisitiones generales circa superficies curvas*.
2. Riemann, B. (1854/1868). *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*. Abh. Kön. Ges. Wiss. Göttingen.
3. do Carmo, M. P. (1992). *Riemannian Geometry*. Birkhäuser.
4. Spivak, M. (1979). *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*. Publish or Perish.
5. Yamagishi, Y. (2026). *The Pfaffian's $2^n n!$ Is One Block* [Articolo 48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
6. Yamagishi, Y. (2026). *The Agreement of the Factors 2 Is a Case of Distinct Roots* [Articolo 58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
7. Yamagishi, Y. (2026). *c as the Ball of Velocity Space* [Articolo 60]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21598012
8. Yamagishi, Y. (2026). *The Euler-Characteristic Origin of the 4π Patch* [Articolo 67]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21642170

— *From thinking to syncing.* —

Yuuki YAMAGISHI (山岸 勇輝)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Concesso in licenza Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)