

曲率は内在的である

— リーマンと、体系のいくつかの「曲率」を混同しないための言語 — [論文91]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月 (第2版)

— From thinking to syncing. —

要旨

本体系が立つ幾何学的物理の本流の源流は、ベルンハルト・リーマンである。彼の革命は一言でいえば——曲率は内在的 (intrinsic) である。曲面や空間の曲がり、それを取り囲む「外の高次元空間への埋め込み」の性質ではなく、その空間自身の計量だけから決まる。ガウスの驚異の定理 (Theorema Egregium: ガウス曲率は等長変形で不変=第一基本形式だけで決まる) を、リーマンは1854年に n 次元へ一般化し、リーマン曲率テンソル——計量とその微分 (クリストッフェル記号) だけから作られる量——を与えた。内在的とは、外に出なくても、内側から曲率を検出できるということだ (平行移動のホロノミー・測地線のずれ・三角形の内角和)。本稿はこのリーマンの言語を、体系のいくつかの「曲率」を仕分ける道具として使う。体系には複数の曲率が現れる——時空の曲率 (一般相対論)、速度空間の一定曲率 $K = -1/c^2$ (論文60)、2次元球面のガウス曲率を積分して 4π を得る Gauss-Bonnet (論文67)。リーマンは「曲率とは何か」を一つの内在的概念として統一するが、それはどの空間の曲率も同じ量だという意味ではない。各々は別の多様体の内在量であり、「曲率」という語を共有していても別根である (論文48・58)。共有されるのは概念 (内在性) であり、インスタンスは一つずつ別である。

本稿の射程 (scope note): 本稿は、確立された数学 (ガウスの驚異の定理、リーマン幾何、リーマン曲率テンソル) の構造的解釈 (第2層) である。既知であるもの: 驚異の定理 (ガウス 1827)、リーマン曲率テンソルと内在的な曲率 (リーマン 1854)、Gauss-Bonnet の定理。本稿は新しい数学も予言も含まず、リーマン幾何を拡張しない。数値や語の一致から根の同一を推論しない (論文48・58)。「宇宙OS」「物質は曲率である」は第3層の非科学のレンズであり、機構の主張ではない。既刊との関係: 速度空間の曲率は論文60、球面の 4π の Gauss-Bonnet による読みは論文67から受け取る。本稿が加えたのは、体系に散らばる「曲率」——時空・速度空間・球面——にリーマンの言語を当て、一つの内在的概念のもとで、住む多様体の違う別根として仕分けたことである。

1. 序：本流の源流と、「曲率」という多義語

本体系は、リーマン→クリフォード→アインシュタイン→ワイル→カルタン→ホップ→...と続く幾何学的物理の本流に自らを置いてきた。その源流にるのがベルンハルト・リーマンである。彼が遺した最も深い一撃は——曲率は内在的であるという洞察だ。

この洞察は、体系にとって二重に重要である。第一に、体系の幾何学的読みはすべてリーマンの子孫である。第二に——そしてこれが本稿の実務的な要点だが——体系には「曲率」という語がいくつもの異なる場所に現れる。時空の曲率、速度空間の曲率、球面の曲率。リーマンの言語は、それらを一つの内在的概念で語りつつ、混同しないための道具を与える。

2. 驚異の定理からリーマン曲率へ：計量だけで決まる

標準的事実 2.1 (Theorema Egregium → リーマン)

ガウスの驚異の定理 (1827)：曲面のガウス曲率 K は等長変形のもとで不変であり、第一基本形式 (計量) だけから決まる——曲面をどう曲げても (伸縮せぬ限り) K は変わらない。リーマン (1854) はこれを n 次元多様体へ一般化し、計量 g_{ij} とその微分から作られるリーマン曲率テンソル

$$R^i_{jkl} = \partial_k \Gamma^i_{lj} - \partial_l \Gamma^i_{kj} + \Gamma^i_{km} \Gamma^m_{lj} - \Gamma^i_{lm} \Gamma^m_{kj}$$

を与えた (Γ は計量から作るクリストッフェル記号)。曲率は外の空間への埋め込みを一切必要とせず、内在的に定義される。

ここでの核心は、曲率が「外から見た曲がり」ではないことだ。円筒はガウス曲率ゼロ——平面を丸めただけで、内在的には平らである。球面は $K > 0$ 、これは球面に住む者が外に出なくても知りうる。曲率とは、その空間自身の内側の事実である。

3. 「内在的」とは：外に出ずに曲率を知る

内在性は具体的だ。曲がった空間では——ベクトルを閉曲線に沿って平行移動すると元と向きがずれる (ホロノミー)、近くの測地線が寄り集まる／離れる (測地線偏差)、三角形の内角和が π からずれる。これらはすべて、その空間の内側の測定だけで決まる。外の高次元空間も、埋め込みも要らない。リーマンが開いたのは、「空間は自分自身の幾何を持ちうる」という世界であり、これがアインシュタインの重力 (時空それ自身の曲率) への道を用意した。

4. 体系のいくつもの「曲率」を仕分ける（別根）

リーマンの言語で、体系に現れる曲率を並べてみる。どれも内在的曲率だが、住む多様体が違う＝別根である。

どの曲率	住む多様体	内在的な中身	論文
時空の曲率	4次元時空	リッチ／リーマンテンソル（重力）	（一般相対論）
速度空間の曲率	速度空間	一定の負曲率 $K = -1/c^2$	論文60
球面の曲率	S^2	$\int_{S^2} K \, dA = 2\pi\chi = 4\pi$	論文67

観察 4.1（概念は一つ、インスタンスは別根）

リーマンは「曲率とは何か」を一つの**内在的概念**として統一する。しかしそれは、これらの曲率がすべて同じ量だという意味ではない。速度空間の $K = -1/c^2$ （論文60）と、時空の曲率（重力）と、球面の K （論文67）は、それぞれ別の多様体の**内在量**であり、「曲率」という語を共有するだけの**別根**である（論文48・58）。共有されるのは**概念（内在性）**であり、**インスタンス**は一つずつ別である。リーマンの言語は、この「一つの概念・複数の別根」を扱うために要る。

5. 体系への接続：本流の源流として

リーマンは、体系が立つ幾何学的物理の系譜（リーマン→クリフォード→アインシュタイン→ワイル→カルタン→ホップ→創発重力）の**源流**である。体系のいくつもの幾何学的読み——速度空間を曲がった空間として見る（60）、 4π を球面の内在曲率の積分として読む（67）、重力を時空の曲率として読む——は、すべて「曲率は内在的である」というリーマンの一撃の子孫だ。本稿の寄与は、新しい定理ではなく、体系の複数の曲率にリーマンの言語を当て、一つの**概念**のもとで別根を仕分けたことにある。

■ 著者の私感（第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない）

リーマンは1854年の講演の末尾で、空間の計量の根拠を物理の問いとして残した——空間の底にある実在が離散的な多様体でないなら、計量の根拠は外に、その上に働く結合力の中に求めねばならない、と。曲率は内側から測れるが、その曲がりを何が決めるかは幾何の外の問いだ、という区別である。この芽はクリフォードの「物質は空間の曲がりである」、ホイーラーの幾何力学へと受け継がれ、体系のレンズ（比喻）では「宇宙OSは外の足場（埋め込み）を持たず、内在的な幾何で世界を描画している」という絵になる。だがこれは非科学の札つきである。「物質＝曲率」も「OS」も、直観を運ぶ絵であって機構でも予言でもない。ここで確かなのは、曲率は内在的であるという標準幾何の一点である。本流の源流に立つ一人の数学者が、「空間は自分自身の幾何を持つ」と教えてくれたことへの、静かな敬意を記しておく。

6. 結論

リーマンの革命は、曲率は内在的である——空間の曲がりとは外の埋め込みではなく、その空間自身の計量だけで決まる——という一点にあった。驚異の定理を n 次元へ広げたリーマン曲率テンソルは、外に出ずに、内側の測定だけで空間の曲がりを語る言語を与えた。これが、アインシュタインの重力を含む幾何学的物理の本流を開いた。

この言語は、体系にとって実務的でもある。体系に現れるいくつもの「曲率」——時空・速度空間（60）・球面（67）——は、一つの内在的概念で語れるが、住む多様体が違う別根だ。概念は一つ、インスタンスは別。本稿がしたのは、本流の源流であるリーマンの言語を、体系の複数の曲率に当て、別根として仕分けたことである。空間は自分自身の幾何を持つ——その源流に、静かに一つの番地を返す。

改訂記録

第2版（2026年9月）：書式を現行の型に揃えた（位置づけと射程を要旨の直後の射程注記にまとめ、「射程（何を示し、何を示さないか）」の節を外した）。私感にあったリーマンの講演末尾の要約を原文に合わせて直した（連続な多様体では、計量の根拠は外に、その上に働く結合力の中に求めねばならない、とリーマンは述べている）。英語版の要旨で「語を共有することが別根にする」と読める一文を直した。Gauss–Bonnet の読みの参照先を論文 67 に絞った。参考文献の自己引用を一編ずつ実際の題名と DOI に、外部文献を著者・年・題目・誌名までに揃えた。

参考文献

1. Gauss, C. F. (1827). *Disquisitiones generales circa superficies curvas*.
2. Riemann, B. (1854/1868). *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen*. Abh. Kön. Ges. Wiss. Göttingen.
3. do Carmo, M. P. (1992). *Riemannian Geometry*. Birkhäuser.
4. Spivak, M. (1979). *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*. Publish or Perish.
5. 山岸勇輝 (2026). パフィアンの $2^n n!$ は、一つの塊である [論文48]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602525
6. 山岸勇輝 (2026). 因子 2 の一致は「別根」である [論文58]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21597747
7. 山岸勇輝 (2026). 速度空間の球としての $\mathbf{c}$ [論文60]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21598012
8. 山岸勇輝 (2026). 4π パッチのオイラー標数的起源 [論文67]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21642170

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)