回転曲線が平らな区間は、そこの密度を決め、内側には囲む質量だけを課す

— 平らな区間の密度は内側によらず $v^2/(4\pi G r^2)$ で、冪の密度で平らになるのは殻ごとの質量が一定の $n=2$ だけである — 分離子は、囲む質量の総量を問うか、殻ごとの増え方を問うか — [論文910]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— *From thinking to syncing.* —

要旨

銀河の回転の速さが遠くまで平らだと聞くと、その平らさは中心から外までの質量の並び方の全体を決めている、と思いやすい。本稿は球対称の質量分布について、平らな区間がその区間の密度と内側に何を課し、何を課さないかを数値で数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、冪の密度で平らになるのは $n=2$ だけである——$\rho=r^{-n}$ を対数の格子で積むと、回転の速さの傾きは五つの n で $(2-n)/2$ に合い、半径 1 から 16 で速さが変わらず殻ごとの質量の比が 1.000000 になるのは $n=2$ だけだった。半径 1 の囲む質量は $4\pi/(3-n)$ の階段 4.188790・6.283185・8.377580・12.566371・25.132741 に乗った（第2節）。 第二に、速さの傾きが、その場所の密度を決める——$4\pi G r^2\rho = v^2(1+2s)$（$s$ は速さの対数の傾き）で、芯のある密度 $1/(1+r^2)$ の数値の回転曲線から密度を戻すと、七つの半径で相対差は最大 3.37×10^{-9} だった。係数 $1+2s$ は中心の近くで 2.999880、$r=1000$ で 1.001571、質量が有限な e^{-r} では $r=20$ で 8.246576×10^{-6} まで落ちた（第3節）。 第三に、これが本稿の芯である。平らな区間が内側に課すのは、囲む質量だけである——半径 1 から外を $1/(4\pi r^2)$ にして、内側を r^{-m}（$m=0$・1・1.5・2）で囲む質量が合うように埋めると、外の速さはどれも 1.000000 のままで、つなぎ目の密度が $3-m$ 倍に跳ぶだけだった。内側の質量を 1 割増やすと、半径 1.5 の速さは 1.032796 に上がり、$\sqrt{1+0.1/r}$ で下がり続けた（第4節）。 第四に、等温の球は、芯から出ても r^{-2} に寄っていく——等温の球の式を $\ln\xi$ で積むと、v^2/σ^2 は $\xi=10^6$ で 1.998748 になった。最初の極大は $\xi=8.9931$ で 2.517551、速さにして遠くの 1.121952 倍で、極大どうしの $\ln\xi$ の間隔は 4.749797（線形化の $4\pi/\sqrt{7}=4.749642$）だった（第5節）。 第五に、丸めた模型の値では、平らな 200 km/s は半径 10 kpc の内側に 9.300341×10^{10} 太陽質量を課す——その半径の密度は 7.400976×10^{-3} 太陽質量/pc^3（水素原子にして 1 cm^3 に 0.299297 個）、殻ごとの質量は 9.300341×10^{9} 太陽質量/kpc である（第6節）。 第六に、分離子は、囲む質量の総量を問うか、殻ごとの増え方を問うかである——ケプラーの落ち方は総量しか問わず、平らな区間は殻ごとの増え方を v^2/G に決める。内側には総量だけが残り、並び方は問われない（第7節）。 キーワード：回転曲線、特異等温球、囲む質量、等温の球、密度分布、球対称。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——平らな回転曲線の観測（ルービンとフォード 1970）、囲む質量 $M = v^2 r/G$ と密度 $v^2/(4\pi G r^2)$、特異等温球の $v^2 = 2\sigma^2$、等温の球の式とその解が振動しながら特異解に近づくこと（チャンドラセカール 1939）は、いずれも既知である（ビニーとトレメイン 2008）。暗黒物質の存在も正体も論じない——平らさが要る密度と質量を数えるだけで、その質量が何でできているかは問わない。重力の法則を変える議論に入らない——ニュートンの重力と球対称のまま数える。円盤を扱わない——質量は球対称に置き、平たい分布が同じ速さに要る質量は数えない。実在の銀河の値を主張しない——200 km/s と 10 kpc は丸めた模型の値で、平らな区間がどこで終わるかにも入らない。既刊との関係：論文01 は射程注記で、$\rho \propto r^{-2}$ が天体物理では特異等温球の名で知られていると書いた——本稿はその射程注記の隣に置く（先客はいない）。ここでは、その r^{-2} が、平らな区間に課される密度であり、芯から出た等温の球の行き着く先でもあることを数える。論文337 は、回転の速さから囲む質量 $M = v^2 R/G$ を出してヒル半径を数えた——ここでは同じ式を区間ごとに読み、密度を戻す。論文51 は、重力の指数的な遮蔽を撤回し、その理由に銀河の回転曲線などの観測との矛盾を挙げた——ここでは遮蔽の無い重力のまま、平らさが密度に課すものを数える。論文782 は、平らな回転の速さを与えられた値として、腕の模様を星が通り抜けることを数えた——ここでは、その平らさそのものが質量に何を課すかを数える。論文141 は、レーン＝エムデン方程式の $n = 3$ を自前で積分して定数を得た——ここでは等温の場合を二変数の式にして積む。論文907 は、殻の外の物質が殻の運動に効かないことを使って膨張の式を出した——ここでは同じことを円運動に使い、内側の並び方が外の速さに効かないことを数える。加えたのは、冪の密度で平らになるのが $n = 2$ だけであることを数値の積分で確かめたこと、局所の式の係数 $1 + 2s$ で密度を戻したこと、内側を別の冪で埋めても外が平らなままで、つなぎ目の密度の飛びが $3 - m$ 倍になることを示したこと、等温の球の行き過ぎと対数の周期を数えたこと、分離子を「総量か、殻ごとの増え方か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：球対称の質量分布で、半径 r の内側の質量を $M(r)$、円運動の速さを $v(r)$ とする。殻の外の質量は円運動に効かないので、次が成り立つ。

$$v^2 = \frac{GM(r)}{r}, \qquad \frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \qquad 4\pi G r^2 \rho = \frac{d(rv^2)}{dr} = v^2(1 + 2s), \qquad s = \frac{d\ln v}{d\ln r}$$

速さが平らな区間（$s = 0$）では $\rho = v^2/(4\pi G r^2)$、ケプラーの落ち方（$s = -1/2$）では $\rho = 0$、剛体回転（$s = 1$）では $\rho = 3v^2/(4\pi G r^2)$ である。等温の球は、速度の分散を σ、中心の密度を ρ_0、$r_s^2 = \sigma^2/(4\pi G \rho_0)$、$\xi = r/r_s$、$\rho = \rho_0 e^{-\psi}$ として次の式を解く。

$$\frac{1}{\xi^2}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^2 \frac{d\psi}{d\xi}\right) = e^{-\psi}, \qquad z = \xi\frac{d\psi}{d\xi} = \frac{v^2}{\sigma^2}, \qquad w = \xi^2 e^{-\psi} = \frac{2\rho r^2}{\sigma^2/(2\pi G)}$$

$t = \ln\xi$ とすると $dz/dt = w - z$、$dw/dt = w(2 - z)$ の二変数の式になり、止まる点 $(2, 2)$ が特異等温球である。その近くの線形化の固有値は $(-1 \pm i\sqrt{7})/2$ で、$\ln\xi$ の周期 $4\pi/\sqrt{7}$ で振動し、振幅は $\xi^{-1/2}$ で減る。質量は $\ln r$ の等間隔の格子で台形で積み、密度が跳ぶ所では内と外を別の格子にした。

問い：回転の速さが平らな区間は、密度と内側の質量に何を課し、何を課さないか。

2. 冪の密度と回転の速さ

計算 2.1：$\rho = r^{-n}$（$G = 1$）を積み、半径 1 から 16 で速さの傾きと殻ごとの質量の比（半径 8 から 16 の一単位あたりを、1 から 2 で割る）を出した。

n	半径 1 の囲む質量	速さの傾き	$v(16)/v(1)$	殻ごとの質量の比
0	4.188790	1.000000	16.000000	64.000000
1	6.283185	0.500000	4.000000	8.000000
1.5	8.377580	0.250000	2.000000	2.828427
2	12.566371	0.000000	1.000000	1.000000
2.5	25.132741	−0.250000	0.500000	0.353553

> **観察 2.2**
>
> 冪の密度で平らになるのは $n = 2$ だけである。速さの傾きは五つの n で $(2-n)/2$ と 10^{-6} 以内で合い、速さが変わらず殻ごとの質量の比が 1 になるのは $n = 2$ だけだった——半径 1 の囲む質量は $4\pi/(3-n)$ に合い、$n = 2$ では 4π、速さは $\sqrt{4\pi} = 3.544908$ である。

3. 速さの傾きから密度を戻す

計算 3.1：芯のある密度 $\rho = 1/(1+r^2)$ を積んで回転曲線を作り、s を数値で微分して $v^2(1+2s)/(4\pi G r^2)$ を出し、もとの密度と比べた。

r	s	$1+2s$	戻した密度の相対差
0.01	0.999940	2.999880	3.37×10^{-9}
0.1	0.994049	2.988098	3.30×10^{-9}
1	0.664946	2.329892	1.03×10^{-9}
3	0.271009	1.542018	6.17×10^{-10}
10	0.080441	1.160881	4.83×10^{-10}
100	0.007877	1.015754	3.87×10^{-10}
1000	0.000786	1.001571	3.74×10^{-10}

> **観察 3.2**
>
> 速さの傾きが、その場所の密度を決める。係数 $1+2s$ は中心の近くで剛体回転の 3 に、遠くで平らな 1 に近づき、速さは閉じた式 $v/v_\infty=\sqrt{1-\arctan r/r}$ と合った（$r=10$ で 0.923518、$r=1000$ で 0.999215）——質量が有限な e^{-r} では $1+2s$ が $r=5$ で 4.810638×10^{-1}、$r=20$ で 8.246576×10^{-6} と 0 に落ちる。速さの傾きは $r=10$ から 80 で -0.499333（閉じた式も -0.499333）、$r=40$ から 160 で -0.500000 で、半径 10 ではまだ囲む質量が増えている。

4. 平らな区間が内側に課すもの

計算 4.1：$G=1$、$v=1$ として、半径 1 から外を $\rho=1/(4\pi r^2)$ にし、内側を $\rho=kr^{-m}$ で埋めた。囲む質量 1 に合わせると $k=(3-m)/(4\pi)$ である。

内側の m	係数 k	つなぎ目の密度の飛び（内／外）	$v(0.5)$	$v(1.5)\cdot v(3)\cdot v(10)\cdot v(100)$
0	0.238732	3.000000	0.500000	1.000000
1	0.159155	2.000000	0.707107	1.000000
1.5	0.119366	1.500000	0.840896	1.000000
2	0.079577	1.000000	1.000000	1.000000
内側一様で質量を 1 割増し				1.032796・1.016530・1.004988・1.000500

> **観察 4.2**
>
> これが本稿の芯である。平らな区間が内側に課すのは、囲む質量だけである。内側をどの冪で埋めても、囲む質量が $v^2 r_1/G$ に合えば外の速さは四つの半径で 1.000000 のままで、つなぎ目の密度が $3-m$ 倍に跳ぶだけだった。跳ばずにつながるのは内側も $m=2$ のときだけである——内側の質量を 1 割増やすと、外の速さは $\sqrt{1+0.1/r}$ と合って半径 1.5 で 1.032796、半径 100 で 1.000500 と下がり続け、平らにならない。平らな区間は、その区間の密度を $v^2/(4\pi G r^2)$ に決め、内側には総量を一つだけ課す。

5. 等温の球

計算 5.1：$\xi = 10^{-3}$ から級数で出発し、$t=\ln\xi$ で刻み 10^{-3} のルンゲ＝クッタ法で $\xi = 10^{6}$ まで積んだ。

ξ	v^2/σ^2	$\rho r^2/(\sigma^2/2\pi G)$
1	0.302901	0.426572
3	1.551346	1.553860
10	2.510611	1.191798
30	2.083093	0.839614
100	1.842785	0.924163
10^3	2.047800	1.026655
10^4	1.985619	0.990856
10^5	2.004272	1.003109
10^6	1.998748	0.998960

観察 5.2

等温の球は、芯から出ても r^{-2} に寄っていく。v^2/σ^2 の極大は $\xi = 8.9931$ で 2.517551、$\xi = 1056.0987$ で 2.047949、$\xi = 122043.6136$ で 2.004461 で、最初の極大の速さは遠くの速さ $\sqrt{2}\sigma$ の 1.121952 倍である——極大どうしの $\ln\xi$ の間隔は 4.765877、4.749797 で、線形化の $4\pi/\sqrt{7} = 4.749642$（ξ にして 115.542872 倍ごと）に近づき、高さの 2 からの超過の減り方は 0.499166、0.499992 で $1/2$ に近づいた。芯を持つ等温の球の回転曲線は、一度行き過ぎてから、振れながら平らになる。

6. 丸めた模型の値

計算 6.1：平らな速さ 200 km/s、半径 10 kpc（丸めた模型の値）で、$G = 6.67430 \times 10^{-11}$、太陽質量 1.98841×10^{30} kg とした。

量	値
囲む質量 $v^2 r / G$	9.300341×10^{10} 太陽質量
その半径の密度 $v^2/(4\pi G r^2)$	7.400976×10^{-3} 太陽質量/pc^3
同じ密度を水素原子の数で	1 cm^3 に 0.299297 個
殻ごとの質量 v^2/G	9.300341×10^{9} 太陽質量/kpc
特異等温球の $\sigma = v/\sqrt{2}$	141.421356 km/s
一周の時間	307.182486 百万年
半径 20 kpc まで平らなときの囲む質量	1.860068×10^{11} 太陽質量
半径 20 kpc の密度	1.850244×10^{-3} 太陽質量/pc^3

> **観察 6.2**
>
> 平らな区間が続くかぎり、囲む質量は半径に比例して増え、密度は半径の二乗で薄まる。半径を 10 kpc から 20 kpc にすると、囲む質量は 2 倍の 1.860068×10^{11} 太陽質量、密度は 1/4 の 1.850244×10^{-3} 太陽質量/pc^3 になる——どちらの数も、平らな速さと半径だけで決まり、内側で質量がどう並んでいるかには依らない。

7. 分離子

> **観察 7.1**
>
> 分離子は、囲む質量の総量を問うか、殻ごとの増え方を問うかである。ケプラーの落ち方の区間は、内側の総量だけを問い、その区間の密度は 0 である——平らな区間は殻ごとの増え方を v^2/G に決め、その区間の密度を $v^2/(4\pi G r^2)$ に決める。内側に残るのは総量 $v^2 r_1 / G$ だけで、並び方は外の速さに現れない。

> **観察 7.2**
>
> 既刊との位置。論文01 の射程注記が名を挙げた特異等温球の r^{-2} は、平らな区間に課される密度で、芯から出た等温の球の行き着く先でもあった——論文337 の $M = v^2 R/G$ を区間ごとに読んで密度を戻し、論文51 が撤回した遮蔽を入れない重力のまま数えた。論文782 が与えられた値とした平らさが質量に何を課すかを数え、論文141 のレーン＝エムデンの積分を等温の場合に移し、論文907 の殻の外が効かないことを円運動に使った。

> **観察 7.3**
>
> 言わないこと。暗黒物質の存在と正体、重力の法則を変える議論、円盤の形、実在の銀河の回転の速さと半径、平らな区間の終わる場所は扱わない——示したのは、球対称のニュートンの重力で、平らな区間がその区間の密度と内側の総量を決め、内側の並び方を決めないことである。

8. 点呼と結び

1. $4\pi G r^2 \rho = v^2(1+2s)$（第1節）：局所の式。
2. 平らなのは $n = 2$ だけ（計算 2.1）：殻ごとの質量の比 1.000000。
3. 囲む質量 $4\pi/(3-n)$（計算 2.1）：12.566371 は $n = 2$。
4. 戻した密度の相対差は最大 3.37×10^{-9}（計算 3.1）：七つの半径。
5. $1+2s$ は 2.999880 から 1.001571 へ（計算 3.1）：剛体回転から平らへ。
6. つなぎ目の密度の飛び $3-m$（計算 4.1）：外の速さは 1.000000 のまま。
7. 質量 1 割増しで $\mathbf{1.032796}$（計算 4.1）：平らにならない・本稿の芯。
8. 最初の極大 $\mathbf{1.121952}$ 倍（観察 5.2）：等温の球の行き過ぎ。
9. 間隔 $\mathbf{4.749797}$（観察 5.2）：$4\pi/\sqrt{7} = 4.749642$。
10. 総量か、殻ごとの増え方か（観察 7.1）：分離子・論文01・337・51・782・141・907。

結び：回転の速さが平らな区間では、密度は内側によらず $v^2/(4\pi G r^2)$ に決まり、内側に課されるのは囲む質量だけである。冪の密度で平らになるのは殻ごとの質量が一定の $n = 2$ だけで、局所の式 $4\pi G r^2 \rho = v^2(1+2s)$ で数値の回転曲線から密度が戻った——内側を別の冪で埋めても囲む質量が合えば外は平らなままで、つなぎ目の密度が $3-m$ 倍に跳ぶだけだった。内側の質量を 1 割増やすと速さは 1.032796 に上がって下がり続けた。芯を持つ等温の球は、遠くの速さの 1.121952 倍まで行き過ぎてから、$\ln \xi$ の間隔 4.749797 で振れながら $v^2 = 2\sigma^2$ の r^{-2} に寄っていった——平らさは殻ごとの増え方を決め、内側には総量だけを残す。既刊との位置

——論文01 の射程注記が名を挙げた特異等温球を、平らな区間の密度と等温の球の行き着く先として数え、論文337 の囲む質量を区間ごとに読んだ。正直に言えば——球対称のニュートンの重力の計算で、暗黒物質の存在と正体、円盤の形、実在の銀河の値には入らない。

参考文献

1. 山岸勇輝 (2026).『球対称密度分布における $n=2$ の唯一性定理』[論文01]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21403186
2. 山岸勇輝 (2026).『太陽系の「果て」は五つあり、最小と最大は 5106 倍ひらく』[論文337]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22681940
3. 山岸勇輝 (2026).『山岸・重力多重極集約理論』[論文51]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21602935
4. 山岸勇輝 (2026).『銀河の腕は星の集まりではなく、星が通り抜けていく模様である』[論文782]. Zenodo.
5. 山岸勇輝 (2026).『限界が存在するのは、二つの力が同じ指数を持つからである』[論文141]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22082127
6. 山岸勇輝 (2026).『宇宙の膨張の式は塵ならニュートンの殻で厳密に出て、光なら減速が二倍外れる』[論文907]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22804787
7. Rubin, V. C., & Ford, W. K. (1970). Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. *The Astrophysical Journal*.
8. Chandrasekhar, S. (1939). *An Introduction to the Study of Stellar Structure*. University of Chicago Press.
9. Binney, J., & Tremaine, S. (2008). *Galactic Dynamics*, 2nd ed. Princeton University Press.

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)