運動エネルギーの 1/2 は冪 2 の逆数で、光の 1 と転がる輪の 1 は別の根から来る

— 運動エネルギーを運動量と速さの積で割った比は、位相速度を群速度で割った比に等しく、エネルギーが運動量の何乗かの逆数になる — 分離子は、割った運動量が正準運動量か、並進の運動量か —

[論文913]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

論文18 は $m=4\pi$ で運動エネルギーを $2\pi v^2$ と書いた。このとき運動量と速さの積は $4\pi v^2$ で、運動エネルギーはそのちょうど半分である。本稿は、運動エネルギーを運動量と速さの積で割った比が何を数えているかを、冪の分散・三つの波・相対論の粒子・転がる物で数え、比が 1 になる二つの場合の出どころを分ける。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、比は位相速度を群速度で割った比で、エネルギーが運動量の何乗かの逆数である——エネルギーを運動量の n 乗に取ると、$n=0.5\cdot1\cdot1.5\cdot2\cdot3$ で比は $2\cdot1\cdot0.666666667\cdot0.5\cdot0.333333333$ で、逆数と位相速度÷群速度に差 6.9×10^{-11} 以内で合った（第2節）。 第二に、遅い物質波は $1/2$、光は 1、深い水の波は 2 である——三つの波数で差 1.7×10^{-10} 以内だった。$m=4\pi$ の物質波では運動エネルギーは速さの二乗の 6.283185 倍（2π）で、深い水の波の 2 は論文515 が確かめた位相速度と群速度の比である（第2節）。 第三に、速さを上げると、比は $\gamma/(1+\gamma)$ で $1/2$ から 1 へ動く——$m=4\pi$ の粒子で $\beta=0.5$ なら 0.535898385、0.99 なら 0.876372452 で、エネルギーの運動量に対する冪は $1+1/\gamma$（$\beta=0.5$ で 1.866025404）だった。運動の部分のハミルトニアンとラグランジアンの比はちょうど γ で、遅い極限で二つが等しいことが $1/2$ の出どころである（第3節）。 第四に、これが本稿の芯である。転がる輪の 1 は、光の 1 とは別の根から来る——並進の運動量で割ると輪は 1.000000 だが、正準運動量で割ると五つの形とも 0.500000 で、並進の運動量に対するエネルギーの冪は五つとも 2.000000 のままだった。$m=4\pi$ の輪の運動エネルギーは速さの二乗の 12.566371 倍（4π）で、正準運動量は速さの 25.132741 倍（8π）である（第4節）。 第五に、分離子は、割った運動量が正準運動量か、並進の運動量かである——正準運動量で割れば比は冪の逆数で、光の 1 はエネルギーが運動量の一乗になったことから来る。並進の運動量で割ると、回転に回ったエネルギーの分だけ比が上がり、輪の 1 はそこから来る（第5節）。 キーワード：運動エネルギー、位相速度、群速度、正準運動量、ルジャンドル変換、転がる剛体。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——同次関数についてのオイラーの定理、位相速度と群速度の区別（ブリユアン）、ルジャンドル変換で運動量と速さの積がハミルトニアンとラグランジアンの和になること、相対論のエネルギーと運動量の関係、転がる剛体の運動エネルギーは、いずれも標準的である。転がる輪が光と同じだとは言わない——比が同じ 1 になることを示し、その出どころが別であることを数える。静止エネルギーを含めた位相速度に入らない——ここでの位相速度は運動エネルギーを運動量で割った値で、静止エネルギーを含めた比は $1/\beta^2$ として印字するだけにする。量子力学を主張しない——物質波の分散は、比を数えるための模型として使う。転がりの摩擦とすべりを扱わない——すべらずに転がる理想の剛体だけを扱う。質量が立体角だとは言わない——$m=4\pi$ は単位の選択であり、論文60 第2版のとおり、選んだ 4π と立体角の 4π は別のものである。既刊との関係：論文18 は、$m=4\pi$ で運動エネルギーを $2\pi v^2$ と書いた——ここでは、その 2π が運動量と速さの積 $4\pi v^2$ の半分であり、半分になるのはエネルギーが運動量の二乗だからだと数える。論文12 は、$m=4\pi$ で $E=mc^2$ を球の表面積の形 $4\pi c^2$ として読んだ——ここでは、転がる輪の運動エネルギーが同じ形の $4\pi v^2$ になることを、正準運動量 $8\pi v$ から見直す。論文210 は、「光の速さ」を名乗る量が四つあることを示した——ここでは位相速度と群速度の比を、運動エネルギーと運動量と速さの比として数える。論文515 は、深い水の波で位相速度が群速度のちょうど 2 倍であることを三つの波数で確かめた——ここではその 2 を、エネルギーが運動量の $1/2$ 乗であることの逆数として並べる。論文507 は、ルジャンドル変換の接点を示した——ここでは運動量と速さの積がハミルトニアンとラグランジアンの和であることを使い、遅い自由粒子で二つが等しいことを $1/2$ の出どころとして数える。論文240 は、「質量」が七つあり、何に対する抵抗として測るかで分かれることを示した——ここでは、割る運動量が正準運動量か並進の運動量かで、転がる輪の比が $1/2$ にも 1 にもなることを示す。加えたのは、運動エネルギーを運動量と速さの積で割った比を位相速度÷群速度と冪の逆数として数えたこと、相対論で比が $\gamma/(1+\gamma)$、冪が $1+1/\gamma$ になることを示したこと、運動の部分のハミルトニアンとラグランジアンの比が γ で、$1/2$ の出どころがそれらの一致であることを数えたこと、転がる輪の 1 が正準運動量で割れば $1/2$ に戻ることを五つの形で示したこと、分離子を「正準運動量か、並進の運動量か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：運動エネルギー K を運動量 p の関数とし、速さ（群速度）を $v=dK/dp$、位相速度を K/p とする。調べる比は次の R である。

$$R=\frac{K}{pv}=\frac{K/p}{dK/dp}=\frac{1}{n},\qquad n=\frac{d\ln K}{d\ln p}$$

$K=ap^n$ ならオイラーの定理 $pdK/dp=nK$ から $R=1/n$ で、比は位相速度を群速度で割った値でもある。ルジャンドル変換では、運動量と速さの積はハミルトニアン H とラグランジアン L の和である。

$$pv=H+L$$

遅い自由粒子では $H=L=K=p^2/2m$ なので $pv=2K$、すなわち $R=1/2$ である。$m=4\pi$ なら $p=4\pi v$、$pv=4\pi v^2$、$K=2\pi v^2$ となる。検算では微分を中心差分で取り、転がる物では並進の運動量 mv と正準運動量

$\partial K/\partial v$ の両方で割った。

問い：運動エネルギーの $1/2$ は何を数えているか。比が 1 になる光と転がる輪は、同じ理由で 1 になるのか。

2. 冪の分散と、三つの波

計算 2.1：$K = a p^{n}$（$a = 0.7$・$p = 1.9$）の比。

n	R	位相速度 K/p	群速度 dK/dp	位相÷群
0.5	2.000000000	0.507833375	0.253916688	2.000000000
1	1.000000000	0.700000000	0.700000000	1.000000000
1.5	0.666666667	0.964883413	1.447325119	0.666666667
2	0.500000000	1.330000000	2.660000000	0.500000000
3	0.333333333	2.527000000	7.581000000	0.333333333

比と $1/n$、比と位相÷群の差は、五つの n で最大 6.9×10^{-11} だった。

計算 2.2：三つの波（$\hbar = 1$・波数 $k = 0.5$）。遅い物質波は $\omega = k^{2}/2m$（$m = 4\pi$）、光は $\omega = ck$（$c = 1$）、深い水の波は $\omega = \sqrt{gk}$。

波	位相速度	群速度	位相÷群
遅い物質波	0.019894368	0.039788736	0.500000000
光	1.000000000	1.000000000	1.000000000
深い水の波	4.428690551	2.214345276	2.000000000

$k = 2 \cdot 7$ でも比は同じで、三つの波数での差は最大 1.7×10^{-10} だった。$m = 4\pi$ の物質波で運動エネルギーを群速度の二乗で割ると $\mathbf{6.283185}$（2π）である。

> **観察 2.3**
>
> 比は位相速度を群速度で割った値で、エネルギーが運動量の何乗かの逆数である。遅い物質波はエネルギーが運動量の二乗なので 1/2、光は一乗なので 1、深い水の波は 1/2 乗なので 2——論文515 が確かめた深い水の波の 2 は、この並びの一つである。

3. 速さを上げる

設定：$c = 1$・$m = 4\pi$ の粒子の運動エネルギーを、桁落ちしない形で運動量の関数として書く。

$$K = \frac{p^2}{\sqrt{p^2 + m^2} + m}, \qquad R = \frac{K}{p\beta} = \frac{\gamma}{1+\gamma}, \qquad n = \frac{d\ln K}{d\ln p} = 1 + \frac{1}{\gamma}$$

計算 3.1：β を動かした比と冪（E は静止エネルギーを含めたエネルギー）。

β	γ	R	n	$E/(p\beta)$
0.001	1.000000500	0.500000125	1.999999500	1000000.000000
0.1	1.005037815	0.501256289	1.994987437	100.000000
0.5	1.154700538	0.535898385	1.866025404	4.000000
0.9	2.294157339	0.696432229	1.435889895	1.234568
0.99	7.088812050	0.876372452	1.141067360	1.020304
0.9999	70.712445952	0.986055419	1.014141782	1.000200

比と $1/n$、群速度 dK/dp と β の差は最大 2.8×10^{-10}、閉じた形 $\gamma/(1+\gamma)$ と $1+1/\gamma$ との差は 1.1×10^{-16} と 4.1×10^{-10} だった。静止エネルギーを含めた比 $E/(p\beta)$ は $1/\beta^2$ に合った。

計算 3.2：静止エネルギーを引いた運動の部分 $H_{\text{運動}} = (\gamma - 1)m$・$L_{\text{運動}} = (1 - 1/\gamma)m$。

β	$H_{\text{運動}}$	$L_{\text{運動}}$	$H_{\text{運動}}/L_{\text{運動}}$
0.5	1.944024300	1.683574429	1.154701
0.9	16.262860751	7.088816655	2.294157
0.99	76.514268823	10.793665890	7.088812

六つの β で $p\beta = H_{\text{運動}} + L_{\text{運動}}$ は 10^{-9} 以内で成り立ち、遅い自由粒子（$m = 4\pi$・$v = 1.3$）では $pv = 21.237166338 = 2K$ だった。

> **観察 3.3**
>
> 速さを上げると、比は $\gamma/(1+\gamma)$ で $1/2$ から 1 へ連続に動く。運動の部分のハミルトニアンとラグランジアンの比がちょうど γ なので、比は $H/(H+L) = \gamma/(1+\gamma)$ になる——遅い極限で二つが等しいことが $1/2$ の出どころで、光の 1 は冪が 1 に下がり切ったところにある。

4. 転がる輪

設定：質量 m・半径 r の物が、すべらずに速さ v で転がる。慣性モーメントを $I = kmr^2$ とすると、次のようになる。

$$K = \frac{1}{2}m(1+k)v^2, \qquad p_{\text{並進}} = mv, \qquad P = \frac{\partial K}{\partial v} = m(1+k)v$$

計算 **4.1**：$m = 4\pi$ の五つの形。

形	k	K/v^2	$K/(p_{\text{並進}}v)$	P/v	$K/(Pv)$	並進の運動量に対する冪
滑るだけ	0	6.283185	0.500000	12.566371	0.500000	2.000000
中身の詰まった球	0.4	8.796459	0.700000	17.592919	0.500000	2.000000
円板	0.5	9.424778	0.750000	18.849556	0.500000	2.000000
薄い球殻	2/3	10.471976	0.833333	20.943951	0.500000	2.000000
輪	1	12.566371	1.000000	25.132741	0.500000	2.000000

並進の運動量でエネルギーを微分して速さで割ると、五つの形で **1.000000**・**1.400000**・**1.500000**・**1.666667**・**2.000000**（$= 1 + k$）で、速さにならなかった。

> **観察 4.2**
>
> 転がる輪の **1** は、冪の **1** ではない。並進の運動量で割ると比は $(1 + k)/2$ で輪は **1.000000** になるが、エネルギーは並進の運動量の二乗のままで冪は **2.000000** である——並進の運動量でエネルギーを微分しても速さにならないので、比は冪の逆数にならない。正準運動量で割ると、五つの形とも **0.500000** に戻る。$m = 4\pi$ の輪は $K = 4\pi v^2$ で、正準運動量は **25.132741** 倍の $8\pi v$ である。

5. 分離子

> **観察 5.1**
>
> 分離子は、割った運動量が正準運動量か、並進の運動量かである。正準運動量で割れば、比はエネルギーが運動量の何乗かの逆数で、位相速度を群速度で割った値に等しい——光の **1** は冪が **1** になったから、深い水の波の **2** は冪が **1/2** だから、遅い物の **1/2** は冪が **2** だからである。並進の運動量で割ると、回転に回ったエネルギーの分だけ比が上がり、輪の **1** はそこから来る。

> **観察 5.2**
>
> 言わないこと。転がる輪が光と同じであること、静止エネルギーを含めた位相速度、量子力学、転がりの摩擦とすべり、質量が立体角であることは扱わない——示したのは、運動エネルギーを運動量と速さの積で割った比が冪の逆数であり、同じ **1** に二つの別の出どころがあることである。

6. 点呼と結び

1. $R = 1/n$（第1節）：位相速度÷群速度。
2. 五つの n で差 6.9×10^{-11}（計算 2.1）：冪の逆数。
3. **物質波 0.5**・**光 1**・**深い水の波 2**（計算 2.2）：**論文515**。
4. $K/v^2 = \mathbf{6.283185}$（計算 2.2）：**論文18** の 2π。
5. $\beta = 0.5$ で **0.535898385**（計算 3.1）：$\gamma/(1 + \gamma)$。
6. $H_{\text{運動}}/L_{\text{運動}} = \gamma$（計算 3.2）：**1/2** の出どころ。

7. 輪は 1.000000、正準運動量で 0.500000（計算 4.1）：本稿の芯。
8. 正準運動量 $25.132741v$（観察 4.2）：8π。
9. 正準か、並進か（観察 5.1）：分離子・論文18・12・210・515・507・240。

結び：運動エネルギーの $1/2$ は冪 2 の逆数で、光の 1 と転がる輪の 1 は別の根から来る。運動エネルギーを運動量と速さの積で割った比は位相速度を群速度で割った比に等しく、エネルギーが運動量の何乗かの逆数で、遅い物質波は $1/2$、光は 1、深い水の波は 2 だった——速さを上げると比は $\gamma/(1+\gamma)$ で $1/2$ から 1 へ動き、$\beta = 0.5$ で 0.535898385 だった。運動の部分のハミルトニアンとラグランジアンの比が γ で、遅い極限で等しいことが $1/2$ の出どころである。転がる輪は並進の運動量で割ると 1 になるが、正準運動量で割ると五つの形とも $1/2$ に戻り、エネルギーの冪は 2 のままだった——分離子は、割った運動量が正準運動量か、並進の運動量かである。既刊との位置——論文18 の $2\pi v^2$ を運動量と速さの積 $4\pi v^2$ の半分として読み、論文12 の $4\pi c^2$ と同じ形になる転がる輪の $4\pi v^2$ を正準運動量 $8\pi v$ から見直し、論文515 の 2 を冪の逆数の並びに置いた。正直に言えば——転がる輪が光と同じだとは言わない。同じ 1 という数に、二つの別の出どころがある、そこまでである。

参考文献

1. Brillouin, L. (1960). *Wave Propagation and Group Velocity*. Academic Press.
2. Goldstein, H. (1980). *Classical Mechanics*. Addison-Wesley.
3. 山岸勇輝 (2026).『境界エネルギーから体積エネルギーへ』[論文12]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21404703
4. 山岸勇輝 (2026).『山岸運動エネルギー方程式』[論文18]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21430706
5. 山岸勇輝 (2026).『速度空間の球としての c』[論文60]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21598012
6. 山岸勇輝 (2026).『パルスの山は、入る前に出ることがある』[論文210]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22111747
7. 山岸勇輝 (2026).『「質量」は七つあり、そのうち一つは負になり、一つは押す向きで変わる』[論文240]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22129765
8. 山岸勇輝 (2026).『三つの別々の答は、どれも「接する」ところで決まっている』[論文507]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22861868
9. 山岸勇輝 (2026).『同じ 19.471221 度が、二つの別根から出る』[論文515]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22862297

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)