緯度 1 度の長さは極のほうが長く、二つの弧から扁平率を出すと誤りが百倍余りに効く

— 極で 1 度が長いのは極で子午線の曲がり方がゆるいからで、扁平率は二つの弧のわずかな違いから読まれる — 分離子は、一つの弧の長さを見るか、二つの弧の比から 1 を引いた差を見るか — [論文 915]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年9月

— From thinking to syncing. —

要旨

地球を回転楕円体（WGS84）と置くと、子午線に沿った緯度 1 度の長さは緯度とともに変わる。本稿は、その長さが極と赤道でどれだけ違うか、なぜ極で長いか、二つの弧の長さから扁平率を逆に出すと弧の誤りがどれだけ効くかを数える。新しい定理も法則も主張しない。 第一に、緯度 1 度は極のほうが長い——赤道をはさむ 1 度は 110574.304 m、極をはさむ 1 度は 111693.951 m で、極のほうが 1119.647 m 長い（比 1.010126）。15 度ごとに見ても、緯度とともに単調に長くなった（第2節）。 第二に、極で長いのは、極で子午線の曲がり方がゆるいからである——子午線の曲率半径は赤道で 6335439.327 m、極で 6399593.626 m で、閉じた形と 10^{-9} m の桁で合った。平たい極ほど曲率半径が大きく、同じ 1 度の角に長い弧が要る（第2節）。 第三に、二つの弧から扁平率は戻るが、弧の誤りは百倍余りに効く——緯度 1.5 度と 66.3 度の 1 度の弧（比 1.008471）から解くと扁平率は 1/298.257224 に戻る。北の弧を 0.1 パーセント長く測ると 1/266.698 になり、扁平率の相対変化は弧の相対誤差の 118.335 倍だった（第3節）。 第四に、拡大の目安は、二つの弧の比から 1 を引いた差の逆数である——比 1.008471 から出る目安は 118.045 で、実測の拡大と近い。赤道から極までの子午線は 10001965.729 m で、1 千万 m との比は 1.00019657 だった（第3節）。 第五に、分離子は、一つの弧の長さを見るか、二つの弧の比から 1 を引いた差を見るかである——一つの弧の長さは地球の大きさを読み、弧の 0.1 パーセントの誤りは大きさの 0.1 パーセントにしかならない。扁平率は比から 1 を引いた差を読むので、同じ誤りが百倍余りに広がる（第4節）。 キーワード：子午線弧、回転楕円体、扁平率、曲率半径、誤差の拡大、WGS84。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない——回転楕円体の子午線の曲率半径、子午線の弧長の積分、二つの弧から扁平率を求める方法は、いずれも標準的である。歴史を裁かない——どの測量隊がいつ何を測り、その値が正しかったかは扱わない。緯度 **1.5** 度と **66.3** 度は代表の緯度である。楕円体だけを使う——ジオイドの起伏・重力・大気の屈折・測量の方法は入れない。**WGS84** の長半径 **6378137 m** と扁平率 **1/298.257223563** を使う。メートルの定義を論じない——子午線の四分円と **1** 千万 **m** の比を一つ並べるだけである。既刊との関係：論文**404** の射程注記は、地球を球と置き、扁平や海面のうねりを主題にしないと書いた——本稿はその扁平の席に座る（先客は論文787 で、同じ扁平の席で山頂の中心からの距離を数えた）。論文**212** は、どんな地図も必ず何かを歪めることを示した——ここでは、地図の前に、地球そのものが球から外れていることが緯度 **1** 度の長さに出ることを数える。論文**787** は、回転楕円体の上で山頂の中心からの距離と高さの順位が入れ替わることを示した——ここでは、同じ楕円体の子午線の曲がり方が、緯度 **1** 度の長さと扁平率の読み取りに何をするかを数える。加えたのは、極と赤道の **1** 度の差 **1119.647 m** を曲率半径から出したこと、**15** 度ごとの **1** 度の長さを並べたこと、二つの弧から扁平率を二分法で解き戻したこと、弧の誤りが扁平率に **118.335** 倍で効くことを出したこと、分離子を「一つの弧の長さか、二つの弧の比の差か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：長半径 a・扁平率 f の回転楕円体で $e^2 = f(2-f)$ とする。緯度 φ での子午線の曲率半径 M と、緯度 φ_1 から φ_2 までの子午線の弧長 L は次のとおりである。

$$M(\varphi) = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}}, \qquad L = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M(\varphi)\,d\varphi$$

赤道では $M = a(1-e^2)$、極では $M = a/\sqrt{1-e^2}$ である。検算では弧長をシンプソンの公式で積み、二つの弧の比から e^2 を二分法で解いた。

問い：緯度 1 度の長さは極と赤道でどれだけ違い、二つの弧から扁平率を読むと弧の誤りはどれだけ効くか。

2. 緯度 1 度の長さ

計算 **2.1**：**WGS84** で各緯度をはさむ 1 度の弧。

緯度（度）	1 度の弧（m）
0	110574.304
15	110648.721
30	110852.457
45	111131.778
60	111412.273
75	111618.359
90	111693.951

極と赤道の差は 1119.647 m、比は 1.010126 で、3 度ずつ見ても 1 度の弧は緯度とともに単調に長くなった。

計算 2.2：子午線の曲率半径は赤道で 6335439.327 m、極で 6399593.626 m で、閉じた形 $a(1-e^2)$ と $a/\sqrt{1-e^2}$ に差 9.3×10^{-10} m 以内で合った。

> 観察 2.3
>
> 極で 1 度が長いのは、極で子午線の曲がり方がゆるいからである。緯度は子午線に立てた垂線の向きで測るので、1 度の角に要る弧の長さは曲率半径に比例する——平たい極では曲率半径が大きく、同じ 1 度に長い弧が要る。

3. 二つの弧から扁平率を読む

計算 3.1：緯度 1.5 度と 66.3 度をはさむ 1 度の弧は 110575.065 m と 111511.782 m（差 936.717 m・比 1.008471）で、その比から解いた扁平率は 1/298.257224 だった（WGS84 との差 1.14×10^{-11}）。

計算 3.2：北の弧だけを長く測った場合。

北の弧の誤り	解いた扁平率	扁平率の相対変化 ÷ 弧の相対誤差
0.01 パーセント	1/294.767（1.011840 倍）	118.402
0.10 パーセント	1/266.698（1.118335 倍）	118.335

二つの弧の比から 1 を引いた差の逆数は 118.045 だった。一次の近似で解いた e^2 は 0.006741307、二分法では 0.006694380 だった。

計算 3.3：赤道から極までの子午線は 10001965.729 m で、1 千万 m との比は **1.00019657** だった。

> 観察 3.4
>
> 扁平率は、二つの弧の比から 1 を引いたわずかな差から読まれる。比は 1.008471 で、1 からの差は千分の八余りしかない——弧の誤りはその差に対する割合として扁平率に入るので、拡大は差の逆数 118.045 に近い 118.335 倍になる。

4. 分離子

> 観察 4.1
>
> 分離子は、一つの弧の長さを見るか、二つの弧の比から 1 を引いた差を見るかである。一つの弧の長さは地球の大きさを読むので、弧の 0.1 パーセントの誤りは大きさの 0.1 パーセントにとどまる——扁平率は比の差を読むので、同じ誤りが 1.118335 倍の扁平率になって現れる。

> 観察 4.2
>
> 言わないこと。どの測量が正しかったか、ジオイドや重力、メートルの定義の経緯は扱わない——示したのは、緯度 1 度が極で長い理由と、二つの弧から扁平率を読むときの誤りの拡大である。

5. 点呼と結び

1. $M(\varphi)$ と弧長の積分（第1節）：曲がり方の半径。
2. 極と赤道の差 **1119.647 m**（計算 2.1）：極のほうが長い。
3. 曲率半径 6335439.327 m と 6399593.626 m（計算 2.2）：極で曲がり方がゆるい。
4. 扁平率 1/298.257224 に戻る（計算 3.1）：二つの弧の比から。
5. 誤りの拡大 **118.335** 倍（計算 3.2）：差の逆数 118.045 に近い。
6. 四分円の比 **1.00019657**（計算 3.3）：1 千万 m との比。
7. 一つの弧か、比の差か（観察 4.1）：分離子・論文404 の射程注記・論文212・787。

結び：緯度 1 度の長さは極のほうが長く、二つの弧から扁平率を出すと誤りが百倍余りに効く。WGS84 の子午線では、極をはさむ 1 度が赤道をはさむ 1 度より 1119.647 m 長かった——極で曲率半径が大きく、子午線の曲がり方がゆるいからである。二つの弧の比から扁平率は戻るが、比は 1.008471 で 1 からの差がわずかなので、北の弧の 0.1 パーセントの誤りが扁平率を 1.118335 倍にした——分離子は、一つの弧の長さを見るか、二つの弧の比から 1 を引いた差を見るかである。既刊との位置——論文404 が球と置いて空けた扁平を、論文212 の地図の歪みの手前で、論文787 と同じ楕円体の子午線の上で数えた。正直に言えば——どの測量が正しかったかは言わない。弧の長さと扁平率がどれだけ違う精度を求めるか、そこまでである。

参考文献

1. National Imagery and Mapping Agency (2000). *Department of Defense World Geodetic System 1984: Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems*. NIMA Technical Report TR8350.2.
2. Torge, W., & Müller, J. (2012). *Geodesy*. De Gruyter.
3. 山岸勇輝 (2026).『どんな地図も、必ず何かを歪める』[論文212]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22112104
4. 山岸勇輝 (2026).『水平線は、見える距離の限界ではない』[論文404]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22699418
5. 山岸勇輝 (2026).『チンボラソはエベレストより 2585.39 m 低いのに、中心から 2079.524 m 遠い』[論文787]. Zenodo.

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)