

アンテナの利得は全方向で平均すると 1 で、半値幅から利得を出す係数は裾の電力で変わる

— 利得は電力を増やさず 4π の立体角への配り方を測る比で、同じ半値幅でも主ビームの外へ電力が逃げるほど利得は小さい — 分離子は、主ビームの外に出る電力の割合 — [論文918]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/918>

— From thinking to syncing. —

要旨

アンテナの利得（ここでは損失の無い指向性）は、ある向きに出る電力を、全方向に均等に配ったときの何倍かで表す。本稿は、利得を全方向で平均すると何になるかを確かめ、ビームの半値全幅から利得を見積もる係数がパターンの形でどれだけ変わるかを数える。新しい定理も法則も主張しない。第一に、利得は全方向で平均すると 1 である。短いダイポール・半波長ダイポール・余弦の冪の四つのパターン・二つの円形開口のどれでも、利得を 4π の立体角で平均すると 1 で、差は 4.6×10^{-15} 以内だった。短いダイポールは 1.500000、半波長ダイポールは **1.640922** である（第2節）。第二に、半値全幅から利得を出す係数は、パターンで変わる。利得×半値全幅の二乗（度²）は、余弦の 2 乗で 48600.0、10 乗で 39131.5、100 乗で 36686.7、1000 乗で 36435.5 と下がった（第2節）。第三に、裾の無い形は、ガウス形の極限に下りる。ガウス形の極限は **36407.5** 度²で、 4π ステラジアン 41252.961 度²の 0.882542 倍だった（第2節）。第四に、裾を持つ円形開口の係数は、ガウスの極限より小さい。一様な円形開口では $ka = 10$ で 34841.9、 $ka = 30$ で **34392.7** だった。円形開口では最初の暗い輪の外へ電力の **0.162215** が出ている（第3節）。第五に、分離子は、主ビームの外に出る電力の割合である。利得は 4π を主ビームに配った比なので、同じ半値全幅でも主ビームの外へ出る電力が多いほど利得は小さい。**41253** を半値全幅の二乗で割る見積もりは、パターンによって 1.178097 倍から 0.833703 倍まで外れた（第4節）。キーワード：アンテナの利得、指向性、半値全幅、立体角、サイドローブ、円形開口。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない。指向性の定義、ダイボールの放射パターンと指向性、一様な円形開口の回折パターン、半値全幅から指向性を見積もる経験則は、いずれも標準的である。アンテナを設計しない。給電、整合、実在の製品の値は扱わない。損失を入れない。利得を指向性と同じに置く。効率による目減りを入れない。どの経験則が正しいかを裁かない。**41253** やその他の係数のどれを使うべきかは述べず、パターンごとの値を並べるだけである。回転対称なパターンだけを使う。二つの面で幅の違うビームは扱わない。円形開口と余弦の冪のパターンは前の半球だけに出すと置く。既刊との関係：論文**384** の射程注記は、アンテナの放射抵抗や指向性の理論には立ち入らないと書いた。本稿はその指向性の席に座る（先客なし）。論文**335** は、レーダーでは往復で距離の冪が変わることを示した。ここでは、その式に入る利得が、全方向の平均が**1** になるように 4π の立体角を配り直した比であることを数える。加えたのは、八つのパターンで利得の全方向の平均が**1** であることを確かめたこと、半値全幅から利得を出す係数を並べたこと、余弦の冪のパターンの係数がガウス形の極限 **36407.5** 度²に下りることを示したこと、裾を持つ円形開口の係数がその極限より小さいことを出したこと、分離子を「主ビームの外に出る電力の割合」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：向き (θ, ϕ) への放射の強さを U とする。指向性 D （損失が無いときの利得）は次のとおりで、定義から全方向の平均は**1** になる。

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{\oint U d\Omega}, \quad \frac{1}{4\pi} \oint D d\Omega = 1$$

半値全幅を θ_{HP} （度）とすると、見積もり $D \approx K/\theta_{\text{HP}}^2$ の係数 K を、実際の D から $K = D\theta_{\text{HP}}^2$ として出す。検算では回転対称なパターンを球面で積分し、円形開口のパターン $(2J_1(u)/u)^2$ ($u = ka \sin \theta$) の J_1 は積分表示から求めた。

問い：利得は何を増やしているのか。半値全幅から利得を出す係数は、何で決まるのか。

2. 全方向の平均と、裾の無い形

計算 2.1：八つのパターン。

パターン	指向性 D	全方向の平均	半値全幅 (度)	K (度 ²)
短いダイポール	1.500000	1.000000000	(全方向に広い)	—
半波長ダイポール	1.640922	1.000000000	(全方向に広い)	—
$\cos^2 \theta$	6.000000	1.000000000	90.0000	48600.0
$\cos^{10} \theta$	22.000000	1.000000000	42.1747	39131.5
$\cos^{100} \theta$	202.000000	1.000000000	13.4765	36686.7
$\cos^{1000} \theta$	2001.999999	1.000000000	4.2661	36435.5
円形開口 $ka = 10$	100.672828	1.000000000	18.6035	34841.9
円形開口 $ka = 30$	901.400125	1.000000000	6.1770	34392.7

全方向の平均と 1 の差は最大 4.6×10^{-15} 、ダイポールの 1.5 と 1.6409 との差は 2.8×10^{-14} と 3.8×10^{-7} だった。

計算 2.2： 4π ステラジアンは 41252.961 度²、ガウス形の極限 $16 \ln 2$ ラジアン²は 36407.5 度²（比 0.882542）だった。

観察 2.3

利得は電力を増やさず、 4π の立体角への配り方を測る。どのパターンでも全方向の平均は 1 で、ある向きで 1 を超えたぶん、ほかの向きで 1 を下回る。裾の無い $\cos^n \theta$ では、ビームが細くなるにつれて係数 K がガウス形の極限へ下りた。

3. 裾を持つ形

計算 3.1：一様な円形開口の係数は $ka = 10$ で 34841.9、 $ka = 30$ で 34392.7 度²で、どちらもガウス形の極限 36407.5 度²より小さい。最初の暗い輪 ($u = 3.8317$) の外へ出る電力の割合は $J_0^2 + J_1^2 = 0.162215$ だった（その点で J_1 は 3.0×10^{-12} ）。

観察 3.2

裾に電力を持つ形は、同じ半値全幅でも利得が小さい。半値全幅は主ビームの細さしか見ていない。主ビームの外へ出た電力は、全方向の平均 1 の中から主ビームの取り分を減らす。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、主ビームの外に出る電力の割合である。その割合が 0 の $\cos^n \theta$ では係数がガウスの極限へ下り、円形開口ではそれより小さくなった。41253 を半値全幅の二乗で割る見積もりに対する実際の利得の比は、 $\cos^2 \theta$ の 1.178097 から、 $\cos^{100} \theta$ の 0.889310、円形開口 $ka = 30$ の 0.833703 まで動いた。

観察 4.2

言わないこと。アンテナの設計、損失、二つの面で幅の違うビーム、どの経験則を使うべきかは扱わない。示したのは、利得が 4π の配り方の比であり、半値幅から利得を出す係数が裾の電力で変わることである。

5. 点呼と結び

1. $D = 4\pi U / \oint U d\Omega$ (第1節) : 全方向の平均 1。
2. 平均の差 4.6×10^{-15} (計算 2.1) : 八つのパターン。
3. 半波長ダイポール **1.640922** (計算 2.1) : 既知の値。
4. K が 48600.0 から **36435.5** (計算 2.1) : パターンで変わる。
5. ガウスの極限 **36407.5** 度² (計算 2.2) : 裾の無い形。
6. 円形開口 **34392.7** 度²・外へ **0.162215** (計算 3.1) : 裾を持つ形。
7. 主ビームの外に出る電力の割合 (観察 4.1) : 分離子・論文384 の射程注記・論文335。

結び：アンテナの利得は全方向で平均すると 1 で、半値幅から利得を出す係数は裾の電力で変わる。八つのパターンのどれでも利得の全方向の平均は 1 で、利得は電力を増やさず 4π の立体角への配り方を測っていた。半値全幅から利得を出す係数は、裾の無い形でガウスの極限 **36407.5** 度²へ下り、最初の暗い輪の外へ **0.162215** を出す円形開口では **34392.7** 度²とさらに小さかった。同じ半値全幅でも、主ビームの外へ出た電力は主ビームの

取り分を減らす。分離子は、主ビームの外に出る電力の割合である。既刊との位置：論文384 が立ち入らなかった指向性を、論文335 の往復の式に入る利得の中身として数えた。正直に言えば、どの係数を使うべきかは言わない。利得が配り方の比であることと、係数が裾で動くこと、そこまでである。

参考文献

- 1. Balanis, C. A. (2016). *Antenna Theory: Analysis and Design*. Wiley.
- 2. Kraus, J. D. (1988). *Antennas*. McGraw-Hill.
- 3. 山岸勇輝 (2026). 『往復すると、冪が変わる』 [論文335]. YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/335> ・ DOI: 10.5281/zenodo.22681851
- 4. 山岸勇輝 (2026). 『「自由空間損失」は損失ではない——真空は何も吸収していない』 [論文384]. YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/384> ・ DOI: 10.5281/zenodo.22699073

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)