

二つの形をとる分子の見かけの協同は、形の偏りと結合の強さの比が釣り合うところで山になる

— 結合場所が四つあっても見かけのヒル係数は四に届かず、弱く結ぶ形への偏りが大きすぎても小さすぎても一に戻る — 分離子は、二つの形の結合の強さが違うか、同じか — [論文936]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/936>

— From thinking to syncing. —

要旨

結合場所を四つ持つ分子が、強く結ぶ形と弱く結ぶ形の二つをとり、結合が増えるにつれて強く結ぶ形へ移るとき、結合の曲線は協同的に見える。本稿は、この模型（形が変わって助け合う模型）で、二つの形の偏りと結合の強さの比を動かし、半分結合したところの見かけのヒル係数がどう動くかを数える。新しい定理も法則も主張しない。第一に、見かけの協同は、形の偏りについて山になる。弱く結ぶ形の強く結ぶ形に対する割合 L を 1 から 10^{10} まで動かすと、結合の強さの比 $c = 0.01$ では見かけのヒル係数は **1.151611** から $L = 10^4$ の **3.008264** まで上がり、 10^{10} で **1.001870** に戻った（第2節）。第二に、山は偏りと強さの比が釣り合うところがあり、その両側で対称である。山の位置は c の場所の数の半分乗の逆数 10^4 と一致し、 $L = 10^3$ と 10^5 、 10^2 と 10^6 の係数は差 6.0×10^{-11} で等しかった。 $c = 0.1$ では山は $L = 10^2$ で **1.809622** と低い（第2節）。第三に、結合場所の数には届かない。弱く結ぶ形がまったく結ばない $c = 0$ では係数は L とともに上がり続け、 10^{10} で **3.981056** だったが、どの組でも 4 未満だった（第3節）。第四に、二つの形の結合の強さが同じなら、協同は無い。 $c = 1$ では L を $1 \cdot 10^2 \cdot 10^4 \cdot 10^6$ にしても係数は **1.000000** だった。一回目は「偏りが無い $L = 1$ なら協同は無い」と置いて落ちた（ $c = 0 \cdot L = 1$ で **1.152240**）（第3節）。第五に、分離子は、二つの形の結合の強さが違うか、同じかである。強さが違えば、結合が形を強く結ぶほうへ引き寄せ、それが協同に見える。強さが同じなら、形がどう偏っていても結合は形を動かさず、曲線は協同を示さない（第4節）。キーワード：協同結合、アロステリック模型、見かけのヒル係数、二つの形、結合の強さの比、結合場所の数。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない。二つの形をとる協同結合の模型（モノー・ワイマン・シランジェー）、その結合の式、見かけのヒル係数が結合場所の数を超えないことは、いずれも既知である。実在の分子を主張しない。結合場所 4、偏り L 、強さの比 c は模型の値で、ヘモグロビンなど特定の分子の値ではない。別の模型と比べない。形が一つずつ順に変わる模型など、ほかの協同の模型との優劣は扱わない。速さと中間の形を入れない。結合と形の変化の速さ、二つの形の中間の形は入れない。平衡だけを見る。既刊との関係：論文878の射程注記は、仕組みに入らず、形が変わって助け合う仕組みの模型や結合の速さは扱わないと書いた。本稿はその模型の席に座る（先客なし）。論文878の本文は、効き始めから効き切るまでの濃度の幅を決めるのが効く濃度ではなく協同の度合いであることを示した。ここでは、その協同の度合いが、二つの形の偏りと結合の強さの比からどう生まれ、どこで山になるかを数える。加えたのは、見かけのヒル係数を三つの強さの比と十一の偏りで並べたこと、山の位置と山の両側の対称を確かめたこと、係数が結合場所の数に届かないことを示したこと、強さが同じなら協同が無いことを確かめたこと、分離子を「二つの形の結合の強さが違うか、同じか」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：結合場所 $n = 4$ の分子が、強く結ぶ形 R と弱く結ぶ形 T をとる。結合するものの濃さを R の結合の強さで割った値を α 、結合していないときの T の R に対する割合を L 、 T の結合の強さの R に対する比を c とすると、結合している場所の割合 Y は次のとおりである。

$$Y = \frac{\alpha(1+\alpha)^{n-1} + Lc\alpha(1+c\alpha)^{n-1}}{(1+\alpha)^n + L(1+c\alpha)^n}$$

見かけのヒル係数は、 $Y = 1/2$ となる α での $d\ln[Y/(1-Y)]/d\ln\alpha$ とした。検算では $Y = 1/2$ の α を対数の上の二分法で求め、傾きを中心差分で取った。

問い：二つの形をとる分子の見かけの協同は、何で決まり、どこまで大きくなるか。

2. 形の偏りを動かす

計算 2.1：見かけのヒル係数。

L	$c = 0$	$c = 0.01$	$c = 0.1$
1	1.152240	1.151611	1.142866
10	1.675650	1.663976	1.544731
10^2	2.424875	2.361982	1.809622
10^3	3.032047	2.845480	1.544731
10^4	3.430746	3.008264	1.142866
10^5	3.672215	2.845480	1.017836
10^6	3.813287	2.361982	1.001832
10^8	3.940301	1.151611	1.000018
10^{10}	3.981056	1.001870	1.000000

L を $10^{0.05}$ 刻みで細かく探すと、 $c = 0.01$ の山は $L = 10^{4.00}$ で 3.008264、 $c = 0.1$ の山は $L = 10^{2.00}$ で 1.809622 で、どちらも $L = c^{-n/2}$ の位置だった。 $c = 0.01$ で $L = 10^3$ と 10^5 、 10^2 と 10^6 の係数は差 6.0×10^{-11} で等しかった。

観察 2.2

見かけの協同は、形の偏りについて山になり、その山は偏りと強さの比が釣り合うところにある。偏りが小さいと分子は初めから強く結ぶ形にあり、大きすぎると結合してもなかなか形が移らない。そのあいだ、 $L = c^{-n/2}$ で、結合が形を移す効き目がいちばん大きく見える。

3. 届かない上限と、協同が消える条件

計算 3.1：どの組でも係数は結合場所の数 4 未満だった。 $c = 0$ では L とともに上がり続け、 $L = 10^{10}$ で 3.981056 だった。

計算 3.2： $c = 1$ では $L = 1 \cdot 10^2 \cdot 10^4 \cdot 10^6$ で係数は 1.000000 で、1 との差は 1.0×10^{-11} 以内だった。

観察 3.3

見かけの協同は結合場所の数に届かず、二つの形の結合の強さが同じなら消える。一回目は「偏りの無い $L = 1$ なら協同は無い」と置いて検査を落とした ($c = 0 \cdot L = 1$ で **1.152240**) : 偏りが 1 でも、T が結ばなければ結合は分子を R へ引き寄せる。協同を消すのは偏りの無さではなく、結合の強さの差の無さだった。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、二つの形の結合の強さが違うか、同じかである。強さが違えば、結合するほど分子は強く結ぶ形へ移り、それがさらに結合を招いて曲線が急になる。強さが同じなら、形がどう偏っていても結合は形の割合を動かさず、見かけのヒル係数は 1 のままである。強さが違うときの山の高さと位置は、偏り L と強さの比 c の釣り合いで決まる。

観察 4.2

言わないこと。実在の分子の値、ほかの協同の模型との優劣、結合と形の変化の速さ、中間の形は扱わない。示したのは、二つの形をとる模型の見かけの協同が、場所の数に届かず、偏りと強さの比の釣り合いで山になり、強さが同じなら消えることである。

5. 点呼と結び

1. 二つの形の結合の式と見かけのヒル係数 (第1節) : L と c 。
2. $c = 0.01$ で山 **3.008264** at $L = 10^4$ (計算 2.1) : 釣り合いの位置。
3. $c = 0.1$ で山 **1.809622** at $L = 10^2$ (計算 2.1) : 強さの差が小さいと低い。
4. 山の両側で対称 (計算 2.1) : 差 6.0×10^{-11} 。
5. $c = 0$ でも **3.981056** で 4 未満 (計算 3.1) : 場所の数に届かない。
6. $c = 1$ で **1.000000** (計算 3.2) : 協同が消える。
7. 強さが違うか、同じか (観察 4.1) : 分離子・論文878 の射程注記。

結び：二つの形をとる分子の見かけの協同は、形の偏りと結合の強さの比が釣り合うところで山になる。結合場所が四つの模型で、強さの比 $c = 0.01$ の見かけのヒル係数は偏り $L = 10^4$ で **3.008264** の山になり、その両側で対称に 1 へ戻った。弱く結ぶ形がまったく結ばなくても係数は 4 に届かず、二つの形の結合の強さが同じなら偏りによらず 1 だった。協同を消すのは偏りの無さではなく、結合の強さの差の無さである。分離子は、二つの形の結合の強さが違うか、同じかである。既刊との位置：論文**878** が仕組みに入らずに幅を数えた協同の度合いを、二つの形の模型の偏りと強さの比から数えた。正直に言えば、どの分子がこの模型に従うかは言わない。模型の中で協同がどこで山になり、いつ消えるか、そこまでである。

参考文献

1. Cornish-Bowden, A. (2012). *Fundamentals of Enzyme Kinetics*. Wiley-Blackwell.
 2. Monod, J., Wyman, J., & Changeux, J.-P. (1965). On the nature of allosteric transitions: a plausible model. *Journal of Molecular Biology*.
 3. 山岸勇輝 (2026). 『効き始めから効き切るまでの濃度の幅を決めるのは、効く濃度ではなく協同の度合いである』 [論文 878]. YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/878>
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)