

ページを倍にしても、同じ面に来るページは 4 で割った余りで決まり、 重なる折りは隣の和が言い当てる

— 32 ページと 64 ページの折丁の 28 通りの折り方で、隣どうしの和から 1 を引いた数を割り切る 2 の冪が、何番目の折りで重なったかを示した — 分離子は、ページを紙の上の位置で見るか、番号の余りと 2 の冪で見るか — [論文964]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年9月

YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/964>

— From thinking to syncing. —

要旨

一枚の紙を何度も半分に折って本の一まとまり（折丁）にすると、紙の上のページの並びは折る順で変わるが、16 ページでは同じ面に来るページの組と最後の折り目をまたぐ和 17 は変わらなかった（論文877）。本稿は、877 と同じ折り方の模型を 32 ページと 64 ページに広げ、紙の形と折る順をすべて試して、同じ面に来るページと、隣どうしの和が何を決めているかを数える。新しい定理も法則も主張しない。第一に、折る順は形ごとに違い、紙の上の並びもすべて違う。 4×2 (16 ページ) $\cdot 8 \times 2$ と 4×4 (32 ページ) $\cdot 16 \times 2$ と 8×4 (64 ページ) で、折る順は $3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 10$ 通り（計 28 通り）あり、並びはどの二つも違った（第2節）。第二に、同じ面に来るページは 4 で割った余りで決まる。五つの形とすべての折る順で、表の面に来るのは 4 で割った余りが 2 か 3 のページのちょうど半分、裏の面は余りが 0 か 1 のページだった（第2節）。第三に、重なる折りは隣の和が言い当てる。隣どうしのページの和から 1 を引いた数を割り切る 2 の冪の指数から 1 を引くと、その二つが何番目の折りで重なったかになった。照らした 2024 組で食い違いは 0 だった（第3節）。第四に、最後の折りで重なる和はページ数に 1 を足した数だけである。16 $\cdot$ 32 $\cdot$ 64 ページで、最後の折りで重なる隣の和は 17 $\cdot$ 33 $\cdot$ 65 だけで、ほかの和は現れなかった（第3節）。第五に、分離子は、ページを紙の上の位置で見るか、番号の余りと 2 の冪で見るかである。紙の上の位置は折る順で 28 通りに変わる。番号の 4 で割った余りは面を、和から 1 を引いた数の 2 の冪は重なる折りを、折る順にも紙の形にもよらずに決めた（第4節）。キーワード：折丁、面付け、製本、ページの並び、2 の冪、余り。

本稿の射程（射程注記）：新しい定理も法則も主張しない。一枚の紙を折って折丁にすること、面付けの並びが折り方で変わることを、背中合わせのページや折り目をまたぐページの和に決まりがあることは、いずれも印刷と製本で知られている。877 と同じ約束で折る。右（下）の半分を左（上）の半分の上に返して重ね、折った束の上から順にページを振る。ほかの重ね方、切り込みを入れる折り方は入れない。製本の実際を扱わない。裁ち落とし、くわえ代、紙の厚みによるずれ、実在の印刷機の版の置き方は扱わない。64 ページまでで止める。確かめたのは五つの紙の形と 28 通りの折る順で、それより大きい折丁は数えていない。既刊との関係：論文877 の射程注記は、大きさを広げず、 4×2 のますを三回折る 16 ページの折丁だけを数え、32 ページ以上や、裁ち落とし・くわえ代は扱わないと書いた。本稿はそのうち 32 ページ以上の席に座る（先客なし）。論文877 は、16 ページの三通りの折り方で、紙の上の並びは変わるが、同じ面に来るページの組と最後の折り目をまたぐ和 17 は変わらないことを示した。ここでは、32 ページと 64 ページでも同じことが成り立つかを数え、面を決める余りと、重なる折りを決める 2 の冪を出す。加えたのは、五つの紙の形で折る順をすべて試したこと、同じ面のページが 4 で割った余りで決まることを確かめたこと、隣の和の 2 の冪が重なる折りを言い当てることを 2024 組で確かめたこと、最後の折りの和がページ数に 1 を足した数だけだと確かめたこと、分離子を「位置か、余りと 2 の冪か」に置いたことである。

1. 記法と問い

設定：表（A 面）と裏（B 面）に $W \times H$ のますがある紙を、論文877 と同じく、縦か横に半分ずつ折る（右か下の半分を返して上に重ねる）。折り終えた束の上から順に、ますの上の面に $1, 3, 5, \dots$ 、下の面に $2, 4, 6, \dots$ を振る。ページ数は $N = 2WH$ 、折る回数は $\log_2(WH)$ である。

紙の上で隣り合う二つのますが、何番目の折り目で初めて同じ位置に重なるかを k とし、同じ面での二つのページの和を s とする。和から 1 を引いた数 $s - 1$ を割り切る 2 の冪の指数を $\nu_2(s - 1)$ と書く。

問い：ページを 32、64 に増やしたとき、同じ面に来るページと、隣どうしの和は、折る順と紙の形によらずに何を決めているか。

2. 同じ面に来るページ

計算 2.1：紙の形ごとの折る順と、表の面のページ。

紙の形	ページ数	折る順	並びの違う数	表の面のページを4で割った余り
4×2	16	3	3	$2 \cdot 3$
8×2	32	4	4	$2 \cdot 3$
4×4	32	6	6	$2 \cdot 3$
16×2	64	5	5	$2 \cdot 3$
8×4	64	10	10	$2 \cdot 3$

どの形・どの順でも1から N が一度ずつ出て、背中合わせのページは奇数とその次だった。 4×2 の表の面は877と同じ $\{2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15\}$ 、32ページの表の面は $\{2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 22, 23, 26, 27, 30, 31\}$ で、 8×2 と 4×4 の10通りすべてで同じだった。裏の面の余りは $0 \cdot 1$ だった。

観察 2.2

同じ面に来るページは、4で割った余りで決まる。五つの形と28通りの順のすべてで、表の面は余りが2か3のページのちょうど半分だった。紙の上でどこに刷られるかは順ごとに違っても、どちらの面に刷られるかは番号だけで分かる。

3. 重なる折りと隣の和

計算 3.1：折る順ごとに、 k 番目の折りで重なる隣どうしの和（抜粋）。

紙・折る順	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$
4×2 縦→横→縦	$5 \cdot 13$	$9 \cdot 25$	17	なし	なし
8×2 縦→横→縦→縦	$37 \cdot 45$	$9 \cdot 25 \cdot 41 \cdot 57$	17	33	なし
4×4 横→縦→横→縦	$21 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 45$	$9 \cdot 25$	$17 \cdot 49$	33	なし
8×4 横→縦→縦→横→縦	37~93	$89 \cdot 105$	$17 \cdot 49$	$33 \cdot 97$	65

$k = 1$ の和はどれも $4 \times \text{奇数} + 1$ ($5 \cdot 13 \cdot 21 \cdot 29 \cdot 37 \cdot 45$)、 $k = 2$ は $8 \times \text{奇数} + 1$ ($9 \cdot 25 \cdot 41 \cdot 57 \cdot 89 \cdot 105$)、 $k = 3$ は $16 \times \text{奇数} + 1$ ($17 \cdot 49$)、 $k = 4$ は $32 \times \text{奇数} + 1$ ($33 \cdot 97$)、 $k = 5$ は65だった。五つの形と28通りの順

で、隣どうしの和と同じ面の組を合わせて **2024** 組を照らし、 $\nu_2(s-1)-1=k$ の食い違いは **0** だった。最後の折りで重なる和は、 $16 \cdot 32 \cdot 64$ ページで $17 \cdot 33 \cdot 65$ だけだった。

観察 3.2

隣の和は、何番目の折りで重なったかを言い当てる。和から **1** を引いた数が **4** で割り切れて **8** で割り切れなければ最初の折り、**8** で割り切れて **16** で割り切れなければ二番目の折りで重なっていた。最後の折りでは、和から **1** を引いた数がページ数で割り切れ、ページ数の二倍より小さいので、和は $N+1$ だけになる。

4. 分離子

観察 4.1

分離子は、ページを紙の上の位置で見るか、番号の余りと **2** の幂で見るかである。紙の上の位置は、五つの形の **28** 通りの順ですべて違った。番号を **4** で割った余りは面を、隣の和から **1** を引いた数の **2** の幂は重なる折りを、折る順にも紙の形にもよらずに決めた。

観察 4.2

言わないこと。裁ち落とし、くわえ代、紙の厚み、ほかの重ね方、**64** ページより大きい折丁、実在の印刷機の版の置き方は扱わない。示したのは、**877** と同じ約束で折る模型で、五つの形と **28** 通りの順について、面と重なる折りが番号から決まることである。

5. 点呼と結び

1. 折り方の模型と $\nu_2(s-1)$ (第1節) : **877** と同じ約束。
2. 折る順 **28** 通り・並びはすべて違う (計算 2.1) : 五つの紙の形。
3. 表の面は **4** で割った余り **2**・**3** (計算 2.1) : 形にも順にもよらない。
4. **2024** 組で食い違い **0** (計算 3.1) : 隣の和が重なる折りを言い当てる。
5. 最後の折りの和 $17 \cdot 33 \cdot 65$ (計算 3.1) : ページ数に **1** を足した数だけ。
6. 位置か、余りと **2** の幂か (観察 4.1) : 分離子・論文**877** の射程注記。

結び：ページを倍にしても、同じ面に来るページは 4 で割った余りで決まり、重なる折りは隣の和が言い当てる。877 と同じ約束で $16 \cdot 32 \cdot 64$ ページの五つの紙の形を 28 通りの順で折ると、紙の上の並びはすべて違ったが、表の面は 4 で割った余りが 2 か 3 のページだった。隣どうしの和から 1 を引いた数を割り切る 2 の冪の指数から 1 を引くと重なる折りの番号になり、2024 組で食い違いは 0、最後の折りの和は $17 \cdot 33 \cdot 65$ だけだった。分離子は、ページを紙の上の位置で見るか、番号の余りと 2 の冪で見るかである。既刊との位置：論文877 が 16 ページで見つけた変わらないものを、論文877 が扱わなかった 32 ページと 64 ページで数えた。正直に言えば、紙の厚みも裁ち落としも入れていない。一つの約束の折り方で、番号が面と折りをどこまで決めるか、そこまでである。

参考文献

1. Kipphan, H. (Ed.). (2001). *Handbook of Print Media: Technologies and Production Methods*. Springer.
 2. 山岸勇輝 (2026). 『折り方でページの並びは変わるが、同じ面に来るページと最後の折り目の和 17 は変わらない』[論文 877]. YOI: <https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/877>
-

— *From thinking to syncing.* —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)