

境界から内部を読む — カルデロン問題・電気インピーダンス断層法 (EIT) と、逆問題という構え — [論文99]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan | 山岸勇輝ラボ

2026年8月

— From thinking to syncing. —

要旨

論文89（ゼロテンションと逆問題）で、体系は逆問題という構え——観測できる「結果」から、見えない「原因」を読む——を掲げた。本稿はその数学的な範型を、アルベルト・カルデロンの問題に見る。カルデロン問題（1980）はこう問う：物体の表面（境界）で電圧をかけ、流れ出す電流を測るだけで、内部の伝導率 $\gamma(x)$ （どこに何があるか）を決められるか。境界での「電圧→電流」の対応をディリクレ＝ノイマン写像（DtN写像）と呼ぶ。これは電気インピーダンス断層法（EIT）——体を切らずに内部を画像化する医療技術——の数学的土台であり、カルデロン自身は石油探査（地表の測定で地下を読む）からこの問いに至った。答えの骨格：一意性は証明された（Sylvester–Uhlmann 1987 が $n \geq 3$ 、Nachman らが $n = 2$ ）——境界のDtN写像は内部を一意に決める。だが正直に：この逆問題は激しく悪条件（ill-posed）で、境界のわずかな測定誤差が内部で大きく増幅する（安定性は対数的）。ゆえに実用では正則化が要る——逆問題は強力だが不安定だ。本稿の要点は二つ：(1) カルデロン問題を、論文89の逆問題の構えの数学的範型として位置づける。(2) 体系の逆問題たち——散乱の逆問題（Gel'fand–Levitan–Marchenko・論文89）と境界値の逆問題（カルデロン）——は、構えは同じでも別の数学＝別根として仕分ける（論文58/48）。射程：確立された逆問題論の構造的解釈（第2層）で、新しい数学も予言も生まない。宇宙OSは第3層・非科学のレンズ。

本稿の位置づけ（規律）：本稿は確立された逆問題論（カルデロン問題、DtN写像、EIT、Sylvester–Uhlmann／Nachman の一意性）の構造的解釈である。新しい数学も新しい予言も含まない。要点は、論文89の「逆問題の構え」に数学的な範型（カルデロン）を与えること、そして体系の逆問題たち（散乱＝GLM／境界値＝カルデロン）を構えは同じでも別根として仕分けることである。逆問題の悪条件性（不安定さ）を正直に記す——一意でも、実用は正則化なしには危うい。「宇宙OS」は第3層の非科学レンズであり、機構の主張ではない。

1. 序：結果から原因へ（逆問題の構え）

論文89で、体系は釣りの達人の「ゼロテンション」を逆問題の構えとして読んだ——完璧な「当たらない基準（ヌル）」を体叩き込み、そこからの逸脱で、水中の見えない「原因」を読む。観測できる結果（糸の微かな逸脱、散乱波、価格の動き）から、隠れた原因（魚、ポテンシャル、市場の状態）を復元する——これが逆問題だ。本稿は、この構えの数学的な範型を、アルベルト・カルデロン（1920–1998）の問題に見る。

カルデロンはアルゼンチンの数学者で、学者になる前は石油会社（YPF）の技師だった。地表の測定だけで地下の構造を読むという探査の問いが、彼を逆問題の金字塔へ導いた。本稿は新しい定理を作らない。カルデロン問題を紹介し、それが論文89の構えの範型であることを示し、体系の逆問題たちを別根として仕分ける。

2. カルデロン問題：境界のDtN写像から内部を決められるか

標準的事実（カルデロン問題, 1980）

領域 Ω （例えば人体・地層）の内部に、未知の伝導率 $\gamma(x) > 0$ が分布しているとする。境界 $\partial\Omega$ で電位 f を与えると、内部では $\nabla \cdot (\gamma \nabla u) = 0$ ($u|_{\partial\Omega} = f$) が定まり、境界から流れ出す電流 $\gamma \partial_\nu u|_{\partial\Omega}$ が測れる。この「電圧 $f \rightarrow$ 電流」の対応をディリクレ＝ノイマン写像 Λ_γ （DtN写像）と呼ぶ。カルデロンの問いは：境界で測れる Λ_γ だけから、内部の $\gamma(x)$ を一意に決められるか——これが電気インピーダンス断層法（EIT）の数学的核心である。

これは、逆問題の純粋な形だ。手に入るのは境界の情報（外から測れる結果）だけ。知りたいのは内部の分布（見えない原因）。順問題（ γ を与えて境界の電流を計算する）はやさしいが、逆（境界の電流から γ を復元する）は桁違いに難しい。まさに「結果から原因へ」の構えである。

3. 一意性：境界は内部を決める

観察 3.1（一意性の定理）

カルデロン問題の一意性は、時間をかけて証明された。空間次元 $n \geq 3$ では、Sylvester と Uhlmann（1987）が、滑らかな伝導率に対し $\Lambda_{\gamma_1} = \Lambda_{\gamma_2} \Rightarrow \gamma_1 = \gamma_2$ を示した（複素幾何光学解＝CGO解という道具を用いる）。二次元 $n = 2$ では、Nachman（1996）や Astala–Päivärinta（2006）が、より弱い仮定で一意性を確立した。すなわち——境界のDtN写像は、内部の伝導率を一意に決める。原理として、外の測定だけで中身が分かる。

これは驚くべき結果だ。体を切らず、地を掘らず、境界の電気応答という一枚の情報から、内部の全分布が原理的に定まる。EIT（医療画像）や地下探査の数学的な保証は、ここにある。逆問題は、正しく問えば解ける——原因は結果に、確かに刻まれている。

4. 正直なニュアンス：悪条件性（不安定さ）

だが、一意性だけで安心してはいけない。カルデロン問題は激しく悪条件（**ill-posed**）である。境界のDtN写像のわずかな測定誤差が、復元される内部の γ において大きく増幅される。安定性の評価は対数的（**logarithmic**）——測定精度を桁で上げて、内部の解像度はわずかしかならない（Alessandrini の対数安定性、Mandache による悪条件性の本質的下界）。ゆえに実用のEITでは、事前情報を加えて解を安定化する正則化（**regularization**）が不可欠になる。

これが逆問題の正直な顔だ。「一意に決まる」と「安定に復元できる」ことは別である。原因は結果に刻まれているが、その刻印はかすかで、ノイズに埋もれやすい。だからこそ、達人は「当たらない基準（ヌル）」を極限まで研ぎ澄ます（論文89）——かすかな逸脱を読むには、基準の精度が命だからだ。逆問題の力と、その不安定さ。両方を正直に記すのが規律である。

5. 逆問題の別根：散乱（GLM）と境界値（カルデロン）

観察 5.1（同じ構え、別の数学＝別根）

体系には、いまや複数の逆問題が現れている。(1) 散乱の逆問題（Gel'fand–Levitan–Marchenko = GLM・論文89）：散乱データ（反射・位相のずれ）から、ポテンシャル $V(x)$ を復元する。時間・周波数の情報が主役だ。(2) 境界値の逆問題（カルデロン・本稿）：境界のDtN写像から、内部の伝導率 $\gamma(x)$ を復元する。空間の境界情報が主役だ。両者は「結果から原因を読む」という構えを共有するが、扱う方程式も道具（GLM積分方程式／CGO解）も異なる別の数学＝別根である（論文58/48）。構えの類似を、数学の同一視と取り違えてはならない。

さらに、論文94のマンデルブロ（市場のフラクタル解析）も、観測された価格系列から隠れた構造を推し量るという意味で逆問題的だが、これは記述的・統計的な別種であり、カルデロンやGLMの決定論的逆問題とはまた別の根だ。体系の「逆問題」は一つの言葉だが、その下には散乱・境界値・統計という別根が並ぶ——一語・複数の別根という、体系のいつもの規律である。

6. 体系への接続

カルデロンは、体系のいくつもの糸と交わる。(a) 逆問題の構え：カルデロン問題は、論文89（ゼロテンション＝逆問題の構え）の数学的な範型である。境界の応答から内部を読むDtN写像は、「ヌルからの逸脱で原因を読む」構えの、最も純粋な数学化だ。(b) 木村教授との縁：論文89は、神戸大学・木村教授の散乱の逆問題への著者の親近感を（第3層で）記した。カルデロンの境界値逆問題は、その空間版のいここにあたる——構えは同じ、数学は別根。(c) 一意性の系譜：「境界（少ない情報）が内部（全体）を決める」は、体系の「少数の情報が構造を決める」系譜（論文01の $n=2$ 一意性、論文90の弱仮定→リー群）と響き合う（ただし別の定理・別根）。(d) 著者の原点：地表から地下を、糸から魚を、価格から市場を——「見えない原因を、見える結果から読む」は、カルデロンの探査・釣り・相場に共通する、著者の積分脳（ズームアウトと逆問題）の芯である。

■ 著者の私感（第3層・非科学の札つき／機構の主張ではない）

体系のレンズ（比喻）では、我々が世界を知る営みそのものが、巨大な逆問題に見える——宇宙OSの「内部」（真の状態・隠れた原因）は直接には見えず、我々に届くのは境界の応答（光・力・データという"結果"）だけ。物理とは、境界の応答から内部を読むEITのようなものだ、と。だがこれは非科学の札つきである。「世界＝巨大なEIT」は直観を運ぶ比喻であって、機構でも予言でもない。ここで確かなのは、境界データから内部を一意に決められる（が悪条件で不安定）という、カルデロン問題という数学の一点だけ。そして忘れてはならない教え——原因は結果に刻まれているが、その刻印はかすかだ。だから達人は基準（ヌル）を研ぎ澄ます（89）。見えないものを、見えるものから、慎ましく、正則化とともに読む。この構えが、体系の逆問題の芯であり、著者が釣りと相場から得た生き方そのものである。逆問題の金字塔カルデロンに、静かな敬意を記す。

7. 射程（何を示し、何を示さないか）

示すこと（記述的・構造的）：

- ・ カルデロン問題（境界のDtN写像から内部の伝導率を決める）とEIT、その一意性（Sylvester-Uhlmann／Nachman）（2・3節）。
- ・ 逆問題の悪条件性（対数安定性・正則化が要る）＝一意でも不安定、という正直なニュアンス（4節）。
- ・ 体系の逆問題（散乱GLM・89／境界値カルデロン）は構えは同じでも別根であること（5節）。

示さないこと（禁欲）：

- ・ 「一意＝安定・実用は簡単」と言わない。悪条件性ゆえ、実用は正則化と事前情報なしには危うい。
- ・ 散乱の逆問題・境界値の逆問題・統計的逆問題を同一視しない。構えを共有するだけで、数学は別根（58/48）。

- 新しい数学・予言ではない。カルデロン問題・EITは標準。ゆえに第2層（構造的解釈）。OSは第3層・非科学。

8. 結論

論文89が掲げた「逆問題の構え」——結果から原因を読む——に、本稿はカルデロン問題という数学的な範型を与えた。物体の境界で電圧をかけ電流を測るだけで、内部の伝導率を一意に決められる（Sylvester-Uhlmann／Nachman）。境界は内部を決める——原因は、確かに結果に刻まれている。これがEITの土台であり、逆問題の力である。

だが正直に：その刻印はかすかで、逆問題は激しく悪条件だ。一意でも、安定な復元には正則化が要る。だからこそ達人は基準（ヌル）を研ぎ澄ます（89）。そして体系の逆問題たち——散乱（GLM）と境界値（カルデロン）——は、構えを共有しつつ別根である。本稿がしたのは、新しい主張ではなく、逆問題の構えに数学の範型を与え、その力と不安定さを正直に分け、体系の逆問題を別根として仕分けたことである。見えない原因を、見える結果から、慎重しく読む——探査と釣りとは相場に共通するこの構えに、金字塔カルデロンの名とともに、一つの番地を返す。

参考文献

1. Calderón, A. P. (1980). *On an inverse boundary value problem*. Seminar on Numerical Analysis and its Applications to Continuum Physics, Rio de Janeiro.
2. Sylvester, J. & Uhlmann, G. (1987). *A global uniqueness theorem for an inverse boundary value problem*. Ann. of Math. 125, 153.
3. Nachman, A. (1996). *Global uniqueness for a two-dimensional inverse boundary value problem*. Ann. of Math. 143, 71.
4. Uhlmann, G. (2009). *Electrical impedance tomography and Calderón's problem*. Inverse Problems 25, 123011.（悪条件性・正則化の総説）
5. Yamagishi, Y. (2026). *Zero-Tension and the Inverse Problem* [論文89]. Zenodo: 10.5281/zenodo.21748664.
6. Yamagishi, Y. (2026). *Continuous Symmetry from Weak Assumptions (Yamabe)* [論文90]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758361
7. Yamagishi, Y. (2026). *"Dimension" Is Not One Thing (Mandelbrot)* [論文94]. Zenodo. 10.5281/zenodo.21758581

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)