

指数移動平均は、初期値を何本も覚えている [F045]

ゼロから始めた指数移動平均が正解に追いつくまで、 $N=20$ で 116 本・ $N=50$ で 292 本・ $N=200$ で 1,168 本かかる — 本数 $\div N$ は $5.83 \cdot 5.84 \cdot 5.84$ でほぼ完全に比例する — 同じ条件の単純移動平均は $19 \cdot 49 \cdot 199$ 本、つまり N 本で忘れる

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI) / Independent Researcher

ORCID 0009-0006-8587-3450

2026年9月 / CC BY 4.0

要旨

本稿が問うのは、指数移動平均がどこから始めたかをいつまで覚えているか、である——答えは、期間の約六倍の本数である。新しい数学定理も新しい法則も主張しない。

第一に、これが本稿の芯である。★ゼロから始めた指数移動平均は、正解に追いつくまで $N=20$ で 116 本・ $N=50$ で 292 本・ $N=200$ で 1,168 本かかる。本数 $\div N$ は $5.83 \cdot 5.84 \cdot 5.84$ で、最大 $\div$ 最小が 1.0026 とほぼ完全に比例する (第3節)。

第二に、単純移動平均は N 本で忘れる。追いつく本数は $19 \cdot 49 \cdot 199$ で、 N を超えることは一度も無い (第4節)。

第三に、★同じ N ・同じ初期化でも、指数は単純の 5.87 から 6.13 倍かかる。「二十本の移動平均」という同じ呼び名で、要るウォームアップが六倍違う (第4節)。

第四に、★予言③は外れた。判定の食い違いは、値より早く消える。判定が一致する本数 $\div$ 値が追いつく本数は中央 0.4787 である。価格は普通ならし線から離れているので、わずかな誤差では上下が入れ替わらない (第5節)。

第五に、★予言④は半分当たった。三つの初期化をまとめると本数 $\div N$ の最大 $\div$ 最小は 3.1064 だが、ゼロから始めた場合だけなら 1.0026 である。比例が崩れるのは、最初の差そのものが N で変わるからである (第3節)。

第六に、★ これは市場の性質ではない。 合成乱数でも同じ本数が要る（実測 ÷ 合成 中央 0.9278）。漸化式の算術である（第7節）。

本稿の射程（scope note）：新しい数学定理も新しい法則も主張しない——指数平滑の初期値の減衰は初等的な結果である。特定の商材や提唱者を論じない——実在の教材、その著者、販売元は主題ではなく、一切名指さない。特定の実装を論じない——どの取引ソフトがどう初期化しているかは調べていない（第7節）。売買を論じない——成績も損益も測っていない（第7節）。予言③が外れた——判定の食い違いは値より早く消えた（第5節・第7節）。一致の基準を一つに決めている——価格の刻みの 0.1 倍であり、基準を変えれば本数も変わる（第7節）。射程は日中・少数銘柄に限る——四銘柄・六年・1 時間足の測定である。月次の時系列モメンタム（数十市場・保有1〜12ヶ月）は学術的に文書化されており、本稿はそれを否定しない。予測を主張しない。

1. 記法と問い

指数移動平均は漸化式である。 $x[t] = a \cdot v[t] + (1-a) \cdot x[t-1]$ 。

言われること	言われないこと
二十本の移動平均を使った	その平均をどこから始めたか
指標の値はこうだった	最初のほうの値が初期化に依ること
十分なデータを使った	「十分」が何本なのか

観察 1.1：★ 漸化式は過去を捨てない。 初期値の重みは $(1-a)^n$ で減るが、決してゼロにはならない。

観察 1.2：単純移動平均は違う。 ★ 窓から出た値はきっぱり消える。N 本で完全に忘れる。

観察 1.3：分離子は、初期化の方法である。 系列・期間・銘柄をすべて固定し、どこから始めたかだけを変える。

問い：二つの初期化のあいだで、値と判定が食い違うのは何本目までか。

2. 測る量と設計を、先に書く

走らせる前に宣言し、実行時には変えていない。

格子	1 時間足（中値・完成足のみ）
平滑	指数移動平均（ $a = 2/(N+1)$ ）／ウィルダ-平滑（ $a = 1/N$ ）／単純移動平均
期間	$N = 20 / 50 / 200$ （RSI は 14 で固定）
初期化	A 最初の値 ／ B 最初の N 本の平均 ／ C ゼロ
正解	比べる区間の 5,000 本前から始めた版
判定	移動平均が価格の上か下か ／ RSI が 70 を超えたか
一致の基準	差が価格の刻みの 0.1 倍 （RSI は 0.1）を下回り、 二度と超えない
基準線	足の中まで合成乱数（3 系列）
分離子	初期化の方法（どこから始めたか）
銘柄・期間	USDJPY・EURUSD・GBPUSD・XAUUSD／2019–2024

観察 2.1：★「追いつく」の定義が要である。一度下回るだけでは足りない。二度と超えなくなった位置を取る。

観察 2.2：比べる区間は 29,892 から 31,534 本である。★ 正解はその 5,000 本前から始めており、 $N=200$ の 25 倍にあたる。

観察 2.3：★ 初期化 C (ゼロ) は極端である。だが「最初の差が N によらず同じ」という点で、比例を確かめるのに向いている。

観察 2.4：単純移動平均でも、最初の $N-1$ 本は初期値で埋めた窓で計算する。★ 実装でよく見る形である。

予言 (測る前に書いた)

- ① 二つの初期化の差は、 $(1-a)^n$ で減る。
- ② 単純移動平均では、 N 本でぴったり一致する (=有限の記憶)。
- ③ 値が近づいても、判定の食い違いは長く残る。閾値のすぐ近くでは、わずかな差でも向きが変わるからである。
- ④ 必要なウォームアップの本数は、期間にほぼ比例する。
- ⑤ 合成乱数でも同じ本数が要る (=算術であって市場ではない)。

3. 値が正解に追いつくまで、何本かかるか

「追いつく」 = 差が価格の刻みの 0.1 倍を下回り、二度と超えない。

計算 3.1 指数移動平均（四銘柄の中央）

N	初期化	最初の差（pips）	追いつく本数	本数 ÷ N
20	A 最初の値	8.6839	45	2.25
20	B 最初のN本の平均	7.4321	44	2.17
20	C ゼロ	10907.5908	116	5.83
50	A 最初の値	6.7104	106	2.11
50	B 最初のN本の平均	4.6803	94	1.88
50	C ゼロ	11555.5884	292	5.84
200	A 最初の値	64.8450	647	3.23
200	B 最初のN本の平均	59.1305	636	3.18
200	C ゼロ	11774.4125	1,168	5.84

観察 3.2：★ これが本稿の芯である。ゼロから始めると、N=200 で 1,168 本かかる。一時間足なら、およそ七週間ぶんである。

観察 3.3：★ 予言①は当たった。本数 ÷ N は N によらずほぼ一定で、中央 3.18 である。差が $(1-a)^n$ で減るなら、一定の割合まで落ちるのに要する本数は $1/a$ 、つまり N に比例する。

計算 3.4 初期化ごとに見ると (★ 後から足した)

初期化	本数 ÷ N の幅	最大 ÷ 最小
A 最初の値	2.11 ~ 3.23	1.5332
B 最初のN本の平均	1.88 ~ 3.18	1.6928
C ゼロ	5.83 ~ 5.84	1.0026

観察 3.5 : ★ 予言④は半分当たった。三つをまとめると最大÷最小は **3.1064** だが、ゼロから始めた場合だけなら **1.0026** である。

観察 3.6 : ★ 比例が崩れるのは、最初の差そのものが N で変わるからである。A と B では最初の差が N=50 の 4.6803 pips から N=200 の 64.8450 pips まで動く。ゼロから始めれば、最初の差は N によらず価格そのものである。

4. 単純移動平均は、有限の記憶で忘れる

計算 4.1 単純移動平均（四銘柄の中央）

N	初期化	最初の差（pips）	追いつく本数
20	A 最初の値	10.1613	19
20	C ゼロ	11451.8200	19
50	A 最初の値	8.5452	48
50	C ゼロ	11789.0715	49
200	A 最初の値	63.8654	195
200	C ゼロ	11802.7115	199

観察 4.2：予言②は当たった。追いつく本数は $19 \cdot 49 \cdot 199$ で、★ N を超えることは一度も無い。

観察 4.3：手前で止まることはある。★ 初期値が近くて、早い段階から基準を下回った場合である。

観察 4.4：★ 最初の差が 11,802.7115 pips あっても、199 本で完全に消える。窓から出た値は、きっぱり消えるからである。

計算 4.5 指数と単純の比（同じ N・同じ初期化 C ゼロ）

N	指数	単純	比
20	116	19	6.13
50	292	49	5.96
200	1,168	199	5.87

観察 4.6：★ 同じ「N 本の移動平均」という呼び名で、要るウォームアップが 5.87 から 6.13 倍違う。名前は同じでも、忘れ方が違う。

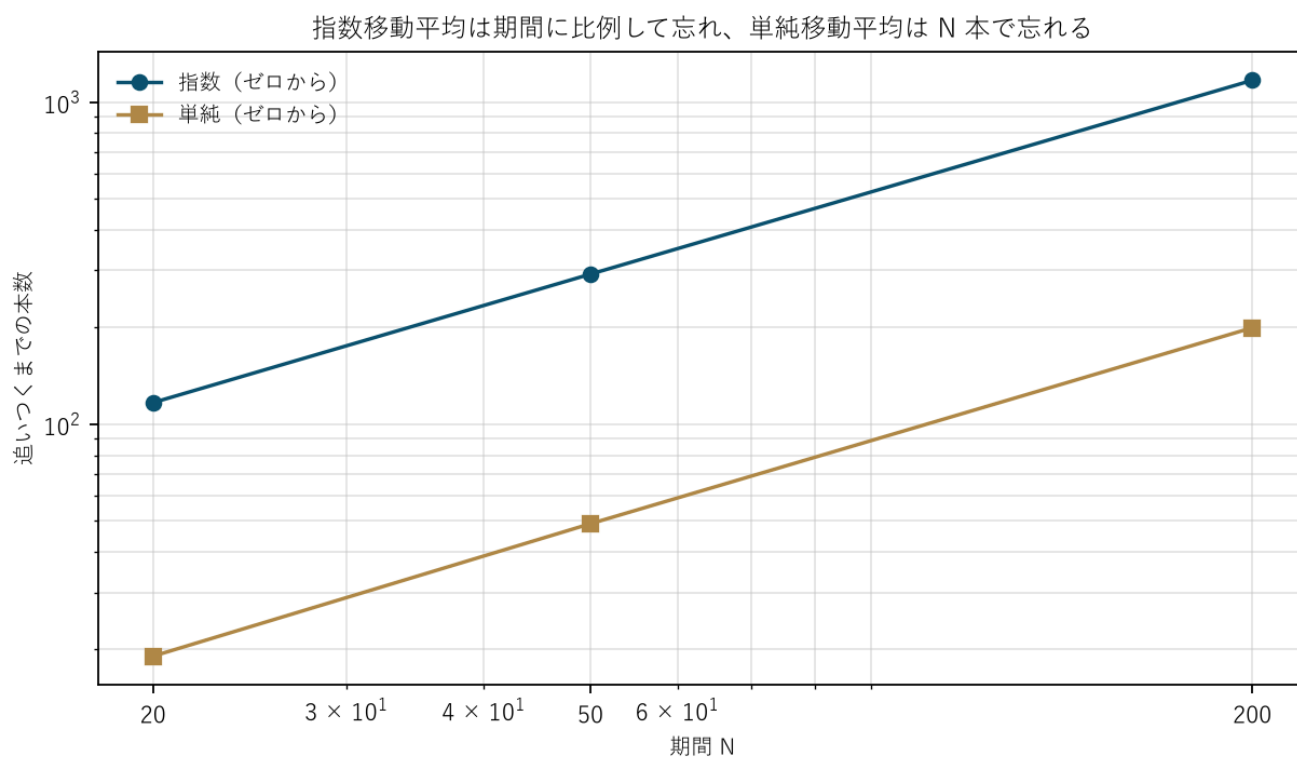


図1：横が期間 N、縦が追いつくまでの本数（どちらも対数目盛り）。丸が指数移動平均、四角が単純移動平均で、どちらもゼロから始めた場合である。

5. 判定の食い違いは、いつまで残るか

判定 = 価格が移動平均の上か下か。

計算 5.1 値と判定（四銘柄の中央）

N	初期化	値が追いつく	判定が一致する	最初の1,000本の食い違い
20	A 最初の値	45	16	0.0055
20	C ゼロ	116	82	0.0325
50	A 最初の値	106	28	0.0060
50	C ゼロ	292	232	0.0945
200	A 最初の値	647	254	0.0655
200	C ゼロ	1,168	850	0.2450

観察 5.2：★ 予言③は外れた。判定の食い違いは、値より早く消える。判定 ÷ 値は中央
0.4787、幅 0.1609 から 0.7945 である。

観察 5.3：★ 理由は単純である。価格は普通ならし線から離れているので、わずかな誤差では
上下が入れ替わらない。私は「閾値のすぐ近く」を考えていたが、そこは全体のごく一部で
ある。

観察 5.4：★ それでも、ゼロから始めた N=200 では最初の 1,000 本の 0.2450 が食い違う。四
本に一本である。

観察 5.5：初期化を選べばずっと小さくなる。A（最初の値）なら N=200 でも 0.0655 である。
★ ただしゼロにはならない。

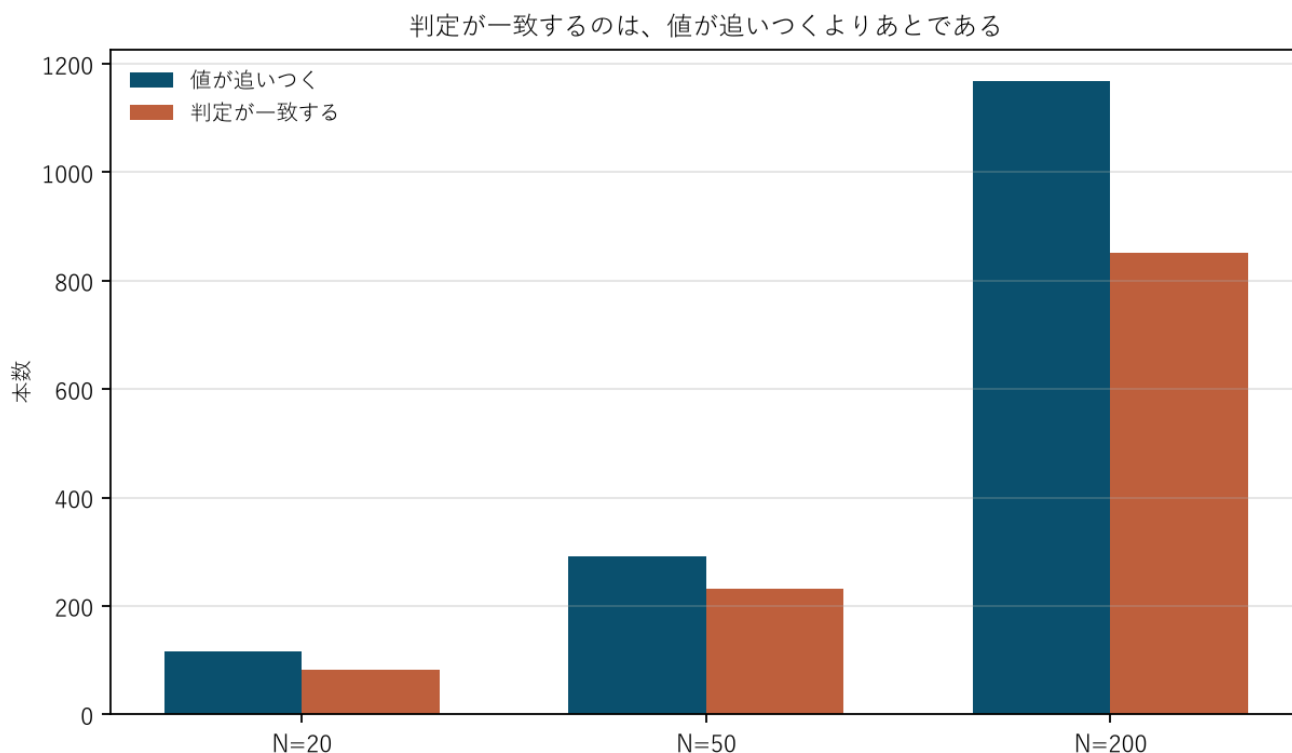


図2：三つの期間について、値が追いつく本数と判定が一致する本数（ゼロから始めた場合）。

6. RSI（ウィルダー平滑・14）ではどうか

判定 = RSI が 70 を超えたか。

計算 6.1 三つの初期化（四銘柄の中央）

初期化	最初の差	値が追いつく	判定が一致する	最初の1,000本の食い違い
A 最初の値	4.6161	65	0	0.0000
B 最初のN本の平均	6.2961	62	0	0.0000
C ゼロ	50.4070	66	6	0.0030

観察 6.2：★ 値が追いつくのに 62 から 66 本かかる。N=14 の 4.43 から 4.71 倍である。

観察 6.3：★だが「70 を超えたか」の判定は、ほとんど食い違わない。A と B では 0 本、C（ゼロから）でも 6 本である。

観察 6.4：★ここでも、値より判定のほうが早く落ち着く。RSI が 70 のすぐそばにいる時間が短いからだと読めるが、本稿はそれを測っていない。RSI の「買われすぎ 70」が足種に属することは [F004] で測ってある。本稿が加えるのは、同じ 70 が初期化にも依るということである。

観察 6.5：最初の差は、ゼロから始めると 50.4070 もある。★RSI は 0 から 100 の量なので、その半分である。

7. 基準線と限界

計算 7.1 合成乱数で同じことをする（追いつく本数）

N	初期化	実測	合成乱数	比
20	A 最初の値	45	48	0.9278
20	C ゼロ	116	116	1.0043
50	A 最初の値	106	146	0.7201
50	C ゼロ	292	290	1.0069
200	A 最初の値	647	657	0.9848
200	C ゼロ	1,168	1,162	1.0056

観察 7.2：予言⑤は当たった。実測 ÷ 合成乱数は中央 0.9278、幅 0.5987 から 1.0069 である。

観察 7.3：★ゼロから始めた場合は $1.0043 \cdot 1.0069 \cdot 1.0056$ と、ほとんど一致する。最初の差が系列に依らないからである。

観察 7.4：★つまりこれは市場の性質ではなく、漸化式の算術である。どんな系列でも、同じだけ覚えている。この基準線が何についてゼロなのかは [F033] で測ってある。

限界

1. ⚠ 予言③が外れた。判定の食い違いは値より早く消えた。本稿はその外れを書き、理由（価格は普通ならし線から離れている）まで述べている。
2. 一致の基準を一つに決めている。価格の刻みの 0.1 倍であり、基準を変えれば本数も変わる。
3. 特定の実装を論じていない。どの取引ソフトがどう初期化しているかは調べていない。
4. 売買を論じていない。成績も損益も測っていない。
5. RSI の判定が食い合わない理由を測っていない。70 の近くにいる時間が短いためと読めるが、測っていない。
6. 初期化を三通りに固定している。実装には他の形もある。
7. 格子を一つに固定している。1 時間足だけである。
8. 四銘柄・六年である。他の市場、他の期間について述べるものではない。

結び

指数移動平均は漸化式である。だから、どこから始めたかがいつまでも残る。

★ゼロから始めると、正解に追いつくまで $N=20$ で 116 本・ $N=50$ で 292 本・ $N=200$ で 1,168 本かかる。一時間足なら、 $N=200$ でおよそ七週間ぶんである。

★本数 $\div N$ は $5.83 \cdot 5.84 \cdot 5.84$ で、最大 $\div$ 最小が 1.0026。ほぼ完全に比例する。差が $(1-a)^n$ で減るなら、そうなる。

単純移動平均は N 本で忘れる。追いつく本数は $19 \cdot 49 \cdot 199$ で、 N を超えることは一度も無い。最初の差が 11,802.7115 pips あっても、199 本で完全に消える。

★同じ「 N 本の移動平均」という呼び名で、要るウォームアップが 5.87 から 6.13 倍違う。名前は同じでも、忘れ方が違う。

★ 予言は二つ外れた。一つは、判定の食い違いが値より早く消えたことである（判定÷値 中央 **0.4787**）。価格は普通ならし線から離れているので、わずかな誤差では上下が入れ替わらない。私は「閾値のすぐ近く」を考えていたが、そこは全体のごく一部だった。

★ もう一つは比例で、三つの初期化をまとめると最大÷最小が **3.1064** になる。ゼロから始めた場合だけなら **1.0026** である。崩れるのは、最初の差そのものが N で変わるからである。

★ そしてこれは市場の性質ではない。合成乱数でも同じ本数が要る（実測÷合成 中央 **0.9278**、ゼロから始めた場合は **1.0043 · 1.0069 · 1.0056**）。漸化式の算術である。

したがって、指数平滑を使うときに必要なのは、期間の約六倍のウォームアップである。★
そして「値がもう合っている」と「判定がもう合っている」は別の時点であり、本稿の測定では判定のほうが先に落ち着いた。だが $N=200$ をゼロから始めると、最初の 1,000 本の **0.2450** は上下が食い違う。

データと再現

データ	為替は Dukascopy 由来のティック（2019 年以降はミリ秒・bid・ask まで一致することを確認済み）。金は Dukascopy
期間	2019–2024（六年）
銘柄	USDJPY・EURUSD・GBPUSD・XAUUSD
足	1 時間足・中値・完成足のみ。ティックの無い足は作らない
平滑	指数移動平均（ $a = 2/(N+1)$ ）／ウィルダース平滑（ $a = 1/N$ ）／単純移動平均
期間	$N = 20 \cdot 50 \cdot 200$ （RSI は 14）
初期化	A 最初の値／B 最初の N 本の平均／C ゼロ
正解	比べる区間の 5,000 本前から始めた版
一致の基準	差が価格の刻みの 0.1 倍（RSI は 0.1）を下回り、二度と超えない
判定	移動平均が価格の上か下か／RSI が 70 を超えたか
基準線	足の中まで合成乱数（3 系列）。一定のばらつきの差を足して作る
検算	<code>検算/F045.py</code> （ <code>--zu</code> で図も書き出す）。本文の数字はすべて <code>検算/F045_output.txt</code> から取っている
図	<code>図/F045_zu1</code> ・ <code>図/F045_zu2</code> （png・svg・英語版）
乱数の種	固定。再実行しても同じ値が出る
土台の検査	<code>_ツール/auditBars.py</code> （足の先読み・夏時間・日の区切り）。記録は <code>_土台の検査.txt</code>

参考文献

- 山岸勇輝 (2026). RSI の「買われすぎ 70」は、自分が選んだ足種に属している [F004]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22881156
- 山岸勇輝 (2026). 合成乱数には、ボラティリティの群れが無い [F033]. Zenodo. 10.5281/zenodo.22893674