メタンの 109.47 度は、力の法則を取り替えても動かない数え方の角であり、水の角は、まわりの四つが等しくないぶんだけそこからずれる

— 球面の点を距離の s 乗に反比例するエネルギーで押し合わせると、二・三・四・六・十二個は正のどの s でも同じ形で、五個だけが s＝15.048077 で三角両錐から四角錐に替わる — 水の平衡の角 104.4776 度は四次元の正単体の中心角 104.4775122 度と不確かさの内で重なるが、数え方ではない — 正八面体の二面角は、正四面体を切り詰めた形として次元を動かせばどの次元でも正四面体の中心角に等しく、交差多面体として動かせば三次元でだけ等しい — 分離子は、力の法則を取り替えると角が動くかどうか — [論文1110]

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)
Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan｜山岸勇輝ラボ
2026年11月
YOI: https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/1110

— *From thinking to syncing.* —

要旨

メタンの四本の結合は正四面体の頂点を向き、その角は arccos(−1/3)＝109.4712206 度である。水は 104.4776 度、アンモニアは 106.67 度と、それより狭い。本稿は、角のどこまでが力の法則の外のもので決まり、どこからが席や部品の違いで決まるかを、力の法則を取り替えて角が動くかどうかという一つの検査で分ける。和が 0 の等しい向き N 本の角は cos θ＝−1/(N−1) で、内積の行列の階数が N−1 なので、三次元に入るのは N≦4 である。s の部屋一つと p の部屋 n 個を n＋1 個の等しい部屋に混ぜると、角は cos θ＝−1/n で、同じ数え方になる。球面の点を距離の冪のエネルギー（距離の s 乗に反比例し、力は s＋1 乗に反比例する）で押し合わせ、s を 0.5 から 40 まで動かすと、2・3・4・6・12 個の形（向かい合う二点・正三角形・正四面体・正八面体・正二十面体）は一つも動かず、5 個だけが s＝15.048077 で三角両錐から四角錐に替わった（Schwartz の S＝15.048... と、示された桁で一致する）。2・3・4 個は等しい向きの数え方で、6・12 個はどの点も同じ立場にある対称な形で決まり、5 個は三次元で等しい角に置けないので二種類の席ができる。電荷の違う点を混ぜると、角は 109.4712206 度から外れ、外れ方は電荷の比と s の両方で動く。ただし、同じ電荷の二組が直交する二つの面に向かい合って釣り合う形では、強さが電荷の積で書ける冪の力なら、どの s と電荷でも、同じ電荷どうしの距離の積が違う電荷の間の距離の二乗に等しく、s と電荷は曲線の上の位置だけを決める。水の 104.4776 度に電荷の比を合わせると、比は s で 1.245468 から 1.757134 まで動くのに、残りの二点の角はどの s でも 114.6236 度で、同じ比で一点と三点にした角は 106.7364 度から 106.8303 度と、アンモニアの 106.67 度より 0.07 度から 0.16 度大きい。 実際の角（NIST の表）から、二つの部屋の直交の条件で p の重み λ^2 を読むと、水 3.99998（不確かさの内で 3.99946 から 4.00049）、アンモニア 3.486、ホスフィン 17.37、硫化水素 27.16 で、整数に並ばない。水の 104.4776 度（不確かさ 0.0019 度）は arccos(−1/4)＝104.4775122 度と 0.0000878 度しか違わないが、arccos(−1/4) は五本の等しい向きを四次元以上に置いたときの角で、水の部屋は三次元に四つあり、結ぶ二つと結ばない二つの重みが違う。数は一致しているが、根は同じでない。次元 d を動かすと、正単体の中心角は arccos(−1/d) である。論文1102 は 109.4712206 度を正八面体の二面角と同じ根とした。正八面体を正四面体の切り詰めた形として広げると、違う種類の隣り合う面の二面角はどの d でも arccos(−1/d) で、同じ根はどの次元でも残る（d＝3 から 8 で組んで測った差は 10^{-13} より小さい）。交差多面体として広げると二面角は arccos(−(d−2)/d) で、重なるのは d＝3 だけである。次元を動かす検査は、どの族に広げるかを決めて初めて答えが出る。分離子は、力の法則を取り替えると角が動くかどうか、である。動かなければ力の法則の外のもの（数え方か対称性）が角を決め、動けば席や部品の違いと力の法則が決める。 **キーワード**：結合角、混成軌道、正四面体、トムソン問題、普遍最適、次元、別根、分離子。

本稿の射程（射程注記）：本稿は新しい定理も法則も主張しない。s の部屋と p の部屋を混ぜて四面体の向きの結合を読むことは Pauling（1931）にあり、混ぜた部屋の直交の条件から重みと角を結ぶ読み方は、Coulson（1952）の『Valence』に代表される標準の扱いである。電子の対どうしの押し合いで分子の形を読むことは Gillespie と Nyholm（1957）にある。球面の点の押し合いは Thomson（1904）に始まり、2・3・4・6・12 点の形が広い族の力の法則のどれでも最小になること（普遍に最適であること）と、5 点ではそれが成り立たないことは Cohn と Kumar（2007）に、5 点の形が s＝15.048... で替わることは Schwartz（2016）にある。本稿の 15.048077 は、二つの形のエネルギーを比べたたどり直しで、示された桁で一致する。実測の角は NIST の CCCBDB（Release 22）から引いた（水は Hoy と Bunker 1979 の平衡の値、硫化水素は Cook と De Lucia と Helminger 1975、アンモニアとホスフィンは Herzberg 1966）。水のほかの三つが平衡の値かどうかは確かめていない。対称に釣り合った二つずつの形が冪の力で一本の曲線に乗る関係は本稿の計算で出たが、先行を確かめていないので新しいとは言わない。電荷の違う点の押し合いは模型で、電子の対が点の電荷だとは言わない。本稿は、量子化学の計算で角を出すこと、結合の強さ、d の部屋を使う話、五つ以上の部品を持つ実在の分子、結ぶ部屋の向きが原子核を結ぶ線からずれる曲がった結合（本稿は一致すると置く）、結ばない二つの部屋の分け方（合計しか決まらず、本稿は等しく分ける）、角のずれの大きさをエネルギーから計算すること、高い次元の石けん膜、高い次元の多面体の族の分類、水の密度の温度による変化を扱わない。加えたのは、角を決めるのが力の法則の外のものか力の法則かを、エネルギーの冪 s を動かす一つの検査で分けたこと、対称に釣り合った二つずつの形が冪の力によらない曲線に乗ることを数えたこと、実際の角から重みを読み、水の 104.4776 度が四次元の正単体の角に重なるのは数え方でないと判定したこと、次元を動かすと、正八面体の二面角が正四面体の中心角に等しいかどうかが、切り詰めた正単体と交差多面体のどちらの族に広げるかで分かれることを組んで測ったことである。 論文1014 の射程注記は、別のポテンシャルを扱わない、クーロン以外の力や最小距離を最大にする問いは扱わないと書いた。本稿はそのうち、クーロン以外の力の席に座り、小さい個数の点でエネルギーの冪を動かす。論文836 の射程注記は、実在の分子を主張しない、正四面体の四点は模型で、結合長も角度も実際の値ではないと書いた。本稿はその席に座り、実在の分子の角を表から引いて、混ぜた部屋の重みを読む。

1. 109.47 度は、どこから来るのか

メタン（CH_4）の四本の結合は、炭素を中心に正四面体の頂点を向き、どの二本の間の角も $\arccos(-1/3) = 109.4712206$ 度である。同じ数は、論文1102 の石けん膜の縁が四本会う所の角にも、論文209 の表の正八面体の二面角にも出る。ところが水（H_2O）の角は 104.4776 度、アンモニア（NH_3）は 106.67 度で、どちらも狭い（NIST の CCCBDB の実測の値）。

論文1109 は、平均ではまん丸の原子どうしが、決まった向きを持たない揺らぎの掛け合わせで引き合うことを数えた。本稿は反対の側、結合が向きを持つときの角を数える。角のどこまでが数え方で決まり、どこからが別の理由で決まるのか。本稿はこれを一つの検査で分ける。力の法則を取り替えて、角が動くかどうかを見る。動かない角は数え方の角で、動く角は部品の違いと力の法則が決める角である。

2. 等しい向きを数える

長さ 1 の向き $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_N$ が、どの二本の間でも同じ内積 c を持ち、和が 0 だとする。

$$\Big|\sum_{i=1}^{N} \mathbf{u}_i\Big|^2 = N + N(N-1)\,c = 0$$

から $c = -1/(N-1)$ が出る。$N = 2$、3、4 で 180 度、120 度、109.4712206 度である。内積を並べた行列（グラムの行列）の固有値は、$1 - c$ が $N-1$ 個と $1 + (N-1)c$ が 1 個で、和が 0 のとき後者が 0 になる。行列の階数は $N-1$ なので、N 本の向きは $N-1$ 次元を要し、三次元に入るのは $N \le 4$ までである。$N = 5$ の等しい角 $\arccos(-1/4) = 104.4775122$ 度は、四次元以上を要する。

原子の部屋でも同じ数え方が出る。s の部屋は丸く向きを持たず、p の部屋は向き $\mathbf{u}$ を一つ持つ。s と p を混ぜた部屋を

$$h = \frac{s + \lambda\, p_{\mathbf{u}}}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$$

と書くと、二つの部屋 h_i と h_j の重なりは $(1 + \lambda_i \lambda_j \cos\theta_{ij}) / \sqrt{(1+\lambda_i^2)(1+\lambda_j^2)}$ で、二つが別々の部屋であること（直交）は

$$1 + \lambda_i \lambda_j \cos\theta_{ij} = 0$$

である。s 一つと p n 個を $n+1$ 個の等しい部屋に分けると、どの部屋も s を $1/(n+1)$、p を $n/(n+1)$ ずつ持つので $\lambda^2 = n$ で、角は $\cos\theta = -1/n$ になる。これは $n+1$ 本の等しい向きを n 次元に置く数え方そのものである。p の部屋は空間の向きの数だけ三つあるので、$n = 3$ の $-1/3$ の 3 は空間の次元である。四つの部屋を立方体の一つおきの頂点の向き $(1,1,1)$、$(1,-1,-1)$、$(-1,1,-1)$、$(-1,-1,1)$ で組むと、4 行 4 列の行列 HH^{T} は単位行列にずれ 0 で一致し、向きの和は 0、$\sum \mathbf{u}\mathbf{u}^{\mathsf{T}}$ は単位行列の 1.333333333333 倍（4/3 倍）だった。

3. 力の法則を取り替える

単位球面に N 個の点を置き、エネルギー

$$E_s = \sum_{i<j} |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|^{-s}$$

を最小にする。$s = 1$ がクーロンの力で、トムソンの問題（Thomson, 1904）になる。s はエネルギーの冪で、力は距離の $s+1$ 乗に反比例する。s を 0.5、1、2、6、12、15、16、20、40 と動かし、N ごとに乱数の出発点 40 個（$N = 12$ は 60 個）から最小化して、最も低い形の角を数えた。

N	形	角（度）と組の数	$s=0.5$ から 40 まで
2	向かい合う二点	180（1）	動かない
3	大円の上の正三角形	120（3）	動かない
4	正四面体	109.471221（6）	動かない
6	正八面体	90（12）・180（3）	動かない
12	正二十面体	63.434949（30）・116.565051（30）・180（6）	動かない
5	三角両錐（$s \le 15$）	90（6）・120（3）・180（1）	$s=15.048077$ で
5	四角錐（$s=20$）	89.161333（4）・96.948861（4）・166.102278（2）	替わる

2・3・4・6・12 個は、s をどれだけ動かしても角が一つも動かなかった。$N=12$、$s=1$ のエネルギー 49.165253058 は論文1014 の値と同じで、角の 63.434949 度は論文315 が出した正二十面体の最小離角である。Cohn と Kumar（2007）は、広い族の力の法則のどれでも最小になる配置を普遍に最適と呼び、三次元の球面では正単体（2・3・4 点）、正八面体（6 点）、正二十面体（12 点）がそうであること、次元いっぱいの正多面体が普遍に最適なのは面がすべて単体（三次元では三角形）のときに限ること、5 点では成り立たないことを書いている。正四面体・正八面体・正二十面体は面が三角形で、立方体と正十二面体は違う。6 個と 12 個は、等しい向きの数え方（$\cos\theta = -1/(N-1)$）ではないが、どの点も同じ立場にある対称な形で、これも力の法則によらない。

5 個だけは形が替わる。三角両錐（北と南の極に一つずつ、赤道に三つ）のエネルギーは閉じた形 $2^{-s} + 6\cdot 2^{-s/2} + 3\cdot 3^{-s/2}$ で、$s=1$ で 6.474691495 と最小化の結果に一致した。四角錐（頂に一つ、底に四つ）は、底の点の高さ一つで最小にできる。二つを比べると、四角錐のほうが低くなるのは s が 15.048077 を超えたときである（図 1 左）。そこで四角錐の底の点は頂から 97.995763 度の所にある。Schwartz（2016）は、正の s で三角両錐がただ一つの最小になるのが s が $(0, S)$ にあるとき（$S = 15.048\ldots$）であることを、計算機を使って証明している。本稿の値はそのたどり直しで、示された桁で一致する。出発点 40 個の行き先は、$s=1$ で 40 個とも三角両錐、$s=20$ で 40 個とも四角錐だった。五つの点は三次元で等しい角に置けない（$N \le 4$）。だから二種類の席（極と赤道、頂と底）ができ、どちらの並びが低いかを力の法則が決める。

4. 部品が等しくないとき

分子では、まわりの四つが同じとは限らない。水の酸素のまわりには、水素と結ぶ部屋が二つと、結ばない部屋が二つある。Gillespie と Nyholm（1957）は、電子の対どうしの押し合いで分子の形を読み、結ばない対のほうが強く押すと考えた。その読み方を、点の模型で数えてみる。四つの点のうち n_L 個に電荷 q、残りに 1 を置き、エネルギー $\sum q_i q_j |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|^{-s}$ を最小にして、電荷 1 の点どうしの角（度）を測った。

	$q=1.1$	1.25	1.5	2	3
$s=1$・q の点 2・1 の点 2	107.2804	104.3966	100.4087	94.4672	86.9442
$s=1$・q の点 1・1 の点 3	108.3311	106.6879	104.1275	99.6194	92.4988
$s=6$・q の点 2・1 の点 2	108.1893	106.4866	104.0930	100.4052	95.4085
$s=6$・q の点 1・1 の点 3	108.8188	107.9171	106.5819	104.3703	101.0763

電荷がそろう $q=1$ では、$s=1$ でも 6 でも 109.4712 度で、力の法則は効かない。q が 1 を超えると角は狭まり、狭まり方は q と s の両方で動く（図 1 右）。部品が等しくなくなった所から、力の法則が角に入ってくる。

それでも動かないものが一つ残る。電荷 q の点が二つ、1 の点が二つで、二組が直交する二つの面に置かれ、共通の軸について向かい合う形（違う電荷の間の距離が四本とも等しい形）を考える。電荷 1 の点どうしの角を θ、電荷 q の点どうしの角を φ、二点の間の距離を d、力の大きさを距離で割ったものを $g(r)=sr^{-s-2}$ とすると、電荷 1 の点の釣り合いは $g(d_{BB})\cos(\theta/2)=qg(d_{BL})\cos(\varphi/2)$、電荷 q の点の釣り合いは $qg(d_{LL})\cos(\varphi/2)=g(d_{BL})\cos(\theta/2)$ である。二つを掛けると電荷が消えて $g(d_{BB})g(d_{LL})=g(d_{BL})^2$ になり、冪の力なら

$$d_{BB}\,d_{LL}=d_{BL}^2$$

となる。使ったのは、釣り合いの条件であること、相互作用の強さが電荷の積で書けること、どの組も同じ指数の冪であることの三つで、s にも q にもよらない。$s=1$、2、6、12 と $q=1.1$、1.5、2、3 の 16 通りで、左辺を右辺で割って 1 を引いた値は最大 6.2×10^{-9} だった（最小化の精度による）。この対称な形で釣り合える形は一本の曲線に決まっていて、その上のどこに止まるかを電荷と力の法則が決める。

水の 104.4776 度に合う電荷の比は、$s=1$ で 1.245468、2 で 1.285053、3 で 1.325896、6 で 1.456379、12 で 1.757134 と大きく動く。ところが、そのときの電荷 q の点どうしの角は、どの s でも 114.6236 度で、動きは 4.24×10^{-8} 度だった。上の曲線を $\theta=104.4776$ 度で解いても 114.6236 度になる。同じ比で電荷 q の点を一つ、1 の点を三つにすると、電荷 1 の点どうしの角は $s=1$ で 106.7364 度、2 で 106.7566 度、3 で 106.7719 度、6 で 106.8017 度、12 で 106.8303 度で、アンモニアの実測 106.67 度より 0.07 度から 0.16 度大きい。一つの比が二つの分子の角をそろって近くに置くことは、模型の側の事実である。電子の対が点の電荷だとは言わない。

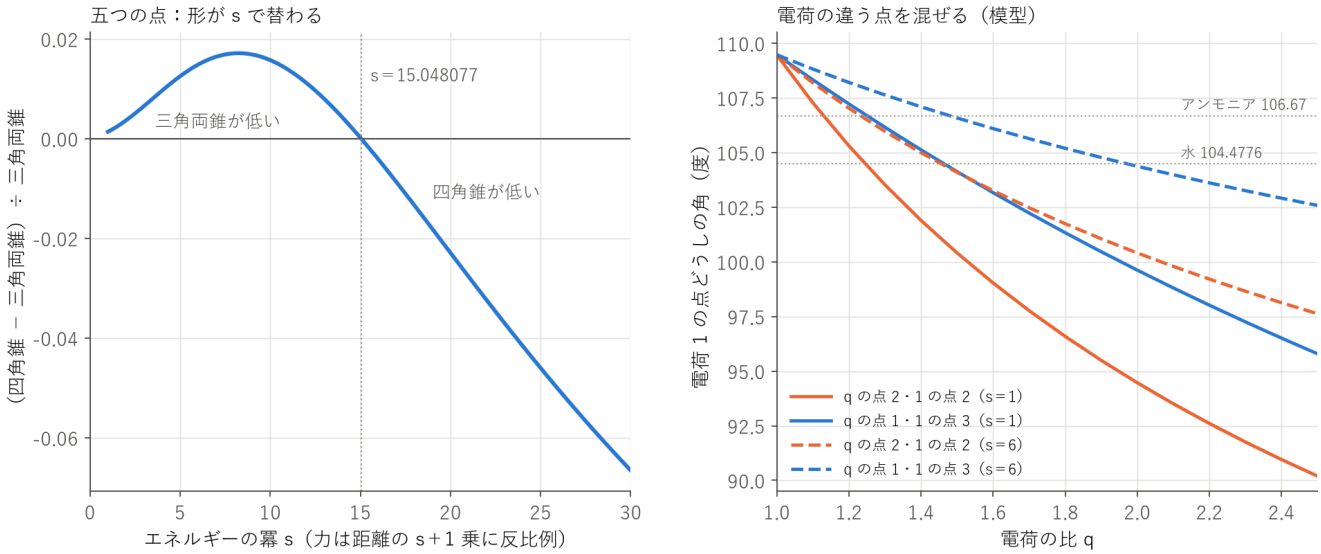


図1：力の法則を取り替える。左は、五つの点の四角錐と三角両錐のエネルギーの差を三角両錐で割ったもので、$s = 15.048077$ で 0 を切る。右は、四つの点のうち電荷 q の点を二つか一つにしたときの、電荷 1 の点どうしの角（実線は $s = 1$、破線は $s = 6$）。点線は水とアンモニアの実測の角である。

5. 実際の角から、混ぜた部屋の重みを読む

直交の条件を逆に使うと、実際の角から部屋の重みが読める。結ぶ部屋が原子核を結ぶ線の向きを向き、結ぶ部屋どうしが等しいと置くと、$\lambda^2 = -1/\cos\theta$ で、結ぶ部屋一つが持つ s は $1/(1+\lambda^2)$ である。s は全部で 1、p は全部で 3 なので、結ばない部屋が残りを持つ。角は NIST の CCCBDB から引いた。水は Hoy と Bunker（1979）の平衡の値 104.4776 度（不確かさ 0.0019 度）、アンモニアの 106.67 度とホスフィンの 93.3 度は Herzberg（1966）、硫化水素の 92.11 度は Cook と De Lucia と Helminger（1975）である。水のほかの三つが平衡の値かどうかは確かめていない。λ^2 の範囲は、水では不確かさの幅、ほかの三つでは書かれた桁の半分を角の幅と見て出した。

分子	実測の角（度）	λ^2（角の幅での範囲）	結ぶ部屋一つの s	結ばない部屋の s の合計
水	104.4776	3.99998（3.99946〜4.00049）	0.2000	0.6000
アンモニア	106.67	3.486（3.48502〜3.48705）	0.2229	0.3313
ホスフィン	93.3	17.37（17.11297〜17.63893）	0.0544	0.8367
硫化水素	92.11	27.16（27.09636〜27.22502）	0.0355	0.9290

部屋を四つとも組んで確かめると、4 行 4 列の行列はどの分子でも単位行列から 3.5×10^{-16} 以内だった。重みは整数に並ばない。アンモニアの結ぶ部屋は 3.486 で、sp^3 の 3 より p が多い。硫化水素とホスフィンは 27.16 と 17.37 で、結ぶ部屋の s は 0.0355 と 0.0544 しかない。純粋な p なら角は 90 度で、二つはそこに近い（図 2 左）。水の結ばない二つの部屋は s を合わせて 0.6000 持つが、二つへの分け方は一つに決まらない。等しく分ければ一つはその半分（$\lambda^2 = 2.3333$）で、二つの間の角は 115.3768 度になる。前の節の電荷の模型では、同じ二点の角は 114.6236 度で、二つの模型は 0.7532 度違う。結ばない部屋の角は測れないので、どちらも実測とは照らしていない。角が整数の重みからずれる向きと大きさは、部屋どうしのエネルギーの違いが決めると考えられるが、本稿はそれを計算しない。ずれは数え方ではなく、部屋の違いから来る。

6. 104.4776 度と 104.4775122 度

水の 104.4776 度は、$\arccos(-1/4) = 104.4775122$ 度と 0.0000878 度しか違わず、不確かさ 0.0019 度の内に入る。重みで言えば $\lambda^2 = 3.99998$（不確かさの内で 3.99946 から 4.00049）である。$\arccos(-1/4)$ は五本の等しい向きを四次元以上に置いたときの角で、数え方の式 $\cos\theta = -1/n$ の $n = 4$ にあたる。水の角は、四次元の数え方なのか。

論文300 の判定と、論文58 の問い方（値の一致ではなく関数の一致を問う）で見ると、そうではない。理由は二つある。一つ目は個数である。数え方の $-1/4$ は、等しい向きが五本あり、十組の角が全部 104.4775122 度になる場合の角である。水の部屋は三次元に四つで、結ぶ二つの重みが 4.0000、結ばない二つが（等しく分けて）2.3333 と違い、結ばない二つの間の角は 115.3768 度である。水の $\lambda^2 = 4$ は部屋の数ではなく、一つの部屋の中の s と p の比で、p の部屋は三つしかない。二つ目は仲間である。まわりに四つの部屋を持つ同じ族の水素化物の重みは、アンモニア 3.486、ホスフィン 17.37、硫化水素 27.16 と、整数に並ばない。水だけが整数に乗る理由は、数え方の側には無い。数は一致しているが、根は同じでない。

7. 次元を動かす

数え方の角は、次元を動かすとどう動くか。d 次元の正単体（$d+1$ 個の頂点）の中心から頂点への向きの角は $\arccos(-1/d)$ で、s 一つと p d 個を混ぜた部屋の角と同じである。論文1102 は、膜の縁が四本会う所の角 109.4712206 度を、正八面体の二面角と同じ根とした。正八面体を d 次元へ広げる仲間は一つではない。正八面体は三次元の交差多面体（座標軸の上の ± 1 の点の凸包）であり、正四面体の辺の中点を結んだ形（正単体を切り詰めた形）でもある。

交差多面体の面の法線は $(\pm 1, \ldots, \pm 1)/\sqrt{d}$ で、隣どうしは符号が一つだけ違い、内積が $(d-2)/d$ なので、二面角は $\arccos(-(d-2)/d)$ である。切り詰めた正単体には二種類の面がある。もとの頂点 k のまわりの面と、もとの頂点 m の向かいの面で、外向きの法線はそれぞれ $\mathbf{u}_k$ と $-\mathbf{u}_m$（$\mathbf{u}$ は正単体の中心から頂点への向き）になる。違う種類の隣り合う二面の法線の内積は $-\mathbf{u}_k \cdot \mathbf{u}_m = 1/d$ で、二面角は $\arccos(-1/d)$ である。どちらの族も向きを組んで測り、式と一致した。切り詰めた正単体では、二つの面が共有する面の次元が $d-2$ で、本当に隣どうしであることも確かめた（$d = 2$ では向かいの面ができないので、表は $d = 3$ から）。

次元 d	正単体の中心角	切り詰めた正単体の二面角	交差多面体の二面角
2	120.0000000	なし	90.0000000
3	109.4712206	109.4712206	109.4712206
4	104.4775122	104.4775122	120.0000000
5	101.5369590	101.5369590	126.8698976
6	99.5940682	99.5940682	131.8103149
7	98.2132107	98.2132107	135.5846914
8	97.1807558	97.1807558	138.5903779

切り詰めた正単体の族では、違う種類の隣り合う面の二面角は、どの次元でも正単体の中心角に等しい。組んで測った差は $d = 3$ から 8 で 10^{-13} より小さい。交差多面体の族では、重なるのは $1/d = (d-2)/d$ となる $d = 3$ だけである（図 2 右）。三次元の正八面体は二つの族の両方に入る。だから論文1102 の「同じ根」は、切り詰めた正単体の族で読めばどの次元でも残る。その根は、正八面体の隣り合う面の法線が、正四面体の中心から頂点への向き $\mathbf{u}_k$ と、別の頂点の向きを裏返した $-\mathbf{u}_m$ であることにある。三次元ではそれが、1102 の言う立方体の対角線 $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ になる。交差多面体の族で読めば、同じ二面角は三次元だけの重なりになる。次元を動かす検査は、何を保って動かすか（どの族に広げるか）を決めて初めて答えが出る。論文315 は、どの次元が特別かは問いごとに違うことを示した。ここでも 3 が特別に見えるのは、交差多面体の族を選んだときだけである。論文1083 の分離子は、次元を変えると動くかどうかだった。本稿の分離子は、その問いの力の法則版で、どちらの問いも、何を動かして何を保つかを先に決める。

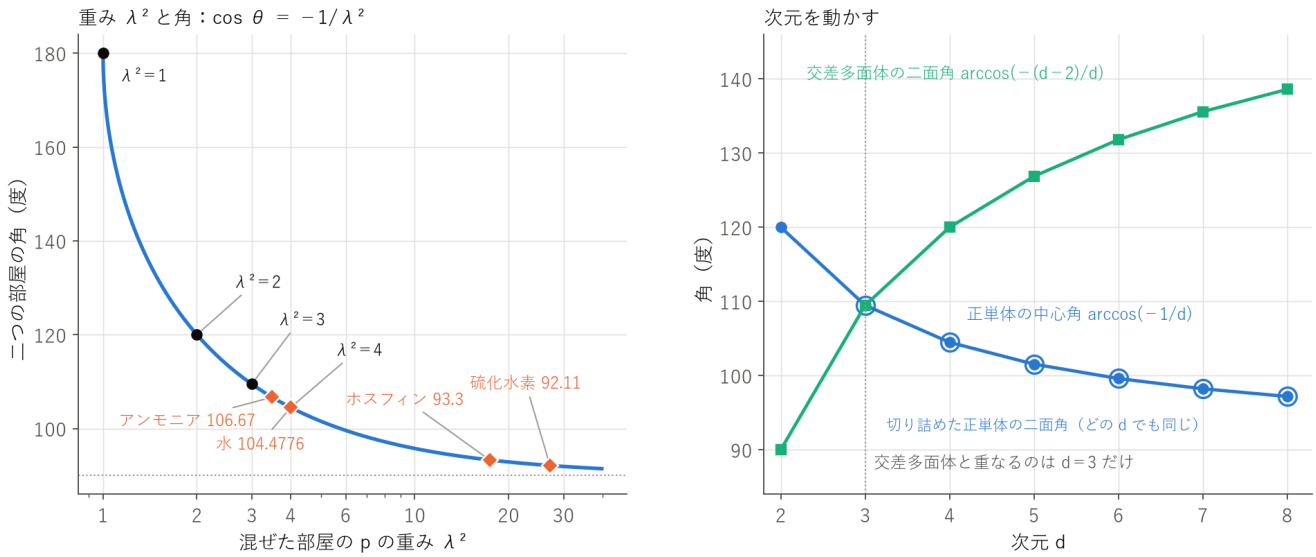


図2：数え方の角と、そうでない角。左は、等しい二つの部屋の角と p の重み λ^2 の関係 $\cos\theta = -1/\lambda^2$ で、黒い点は整数の λ^2（1・2・3・4）、ひし形は実測の角から読んだ四つの分子である。$\lambda^2 = 4$ の黒い点は水のひし形と重なり、下の点線は純粋な p の 90 度である。右は、次元 d を動かしたときの正単体の中心角と交差多面体の二面角で、白抜きの丸は切り詰めた正単体の違う種類の隣り合う面の二面角（どの d でも正単体の中心角に重なる）、交差多面体が重なるのは $d = 3$ だけである。

8. 分離子

分離子は、力の法則を取り替えると角が動くかどうか、である。2・3・4・6・12 個の等しい点の角は、正の s を 0.5 から 40 まで動かしても動かない。動かない角を決めているのは力の法則の外のもので、2・3・4 個では和が 0 の等しい向きの数え方（$\cos\theta = -1/(N-1)$、s と p を混ぜた部屋と同じ式）、6・12 個ではどの点も同じ立場にある対称性である。5 個は部品が等しくても三次元で等しい角に置けず、二種類の席ができて、どちらが低いかを力の法則が決め、15.048077 で入れ替わる。部品が等しくないと、角は電荷の比と力の法則で動く。ただし、対称に釣り合った二つずつの形がとれる曲線は冪の力によらず、動くのは曲線の上の位置だけである。実際の分子の角は混ぜた部屋の重みとして読め、その重みは整数に並ばない。水の 104.4776 度が四次元の数え方の角に重なるのは、値の一致であって数え方ではない。

結び

メタンの 109.47 度は、三次元に等しい四つの向きを和が 0 になるように置くことだけで決まり、力の法則を取り替えても動かない。球面の点で確かめると、2・3・4・6・12 個の形はエネルギーの冪をどれだけ動かしても同じで、5 個だけが s＝15.048077 で形を替える。水やアンモニアの角が狭いのは、まわりの四つが等しくないからで、ずれは部品の違いと力の法則で決まる。それでも、対称に釣り合った二つずつの形のとれる道筋は冪の力によらない。実際の角から読む部屋の重みは、水 3.99998、アンモニア 3.486、ホスフィン 17.37、硫化水素 27.16 と整数に並ばず、水の角が四次元の正単体の 104.4775122 度に 0.0000878 度まで重なるのは数え方ではな

い。正八面体の二面角が正四面体の中心角に等しいことは、正四面体を切り詰めた形として次元を動かせばどの次元でも残り、交差多面体として動かせば三次元だけのことになる。次元を動かす検査は、何を保って動かすかを決めて初めて答えを出す。

参考文献

1. Cohn, H., and Kumar, A. (2007). Universally optimal distribution of points on spheres. *Journal of the American Mathematical Society*.
2. Cook, R. L., De Lucia, F. C., and Helminger, P. (1975). Molecular force field and structure of hydrogen sulfide: recent microwave results. *Journal of Molecular Structure*.
3. Coulson, C. A. (1952). *Valence*. Oxford.
4. Gillespie, R. J., and Nyholm, R. S. (1957). Inorganic stereochemistry. *Quarterly Reviews, Chemical Society*.
5. Herzberg, G. (1966). *Electronic Spectra and Electronic Structure of Polyatomic Molecules*. Van Nostrand.
6. Hoy, A. R., and Bunker, P. R. (1979). A precise solution of the rotation bending Schrödinger equation for a triatomic molecule with application to the water molecule. *Journal of Molecular Spectroscopy*.
7. Johnson, R. D. III (ed.) (2022). *NIST Computational Chemistry Comparison and Benchmark Database*. NIST Standard Reference Database Number 101, Release 22.
8. Pauling, L. (1931). The nature of the chemical bond. Application of results obtained from the quantum mechanics and from a theory of paramagnetic susceptibility to the structure of molecules. *Journal of the American Chemical Society*.
9. Schwartz, R. E. (2016). The phase transition in 5 point energy minimization. arXiv:1610.03303.
10. Thomson, J. J. (1904). On the Structure of the Atom. *Philosophical Magazine*.
11. 山岸勇輝 (2026).『因子 2 の一致は「別根」である』[論文58]. YOI: https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/58 ・ DOI: 10.5281/zenodo.21597747
12. 山岸勇輝 (2026).『体積が等しくても、切り貼りでは移れない』[論文209]. YOI: https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/209 ・ DOI: 10.5281/zenodo.22111317
13. 山岸勇輝 (2026).『三百本目の点呼 ── 同根か別根かは、判定できる』[論文300]. YOI: https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/300 ・ DOI: 10.5281/zenodo.22171914
14. 山岸勇輝 (2026).『どの次元が特別かは、問いごとに違う』[論文315]. YOI: https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/315 ・ DOI: 10.5281/zenodo.22208139
15. 山岸勇輝 (2026).『鏡像の二つは、距離をどれだけ測っても同じ数しか返さない』[論文836]. YOI: https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/836 ・ DOI: 10.5281/zenodo.23015609
16. 山岸勇輝 (2026).『トムソン問題の最適配置は分からないが、配位の欠陥の総和はいつも 12 である』[論文1014]. YOI: https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/1014 ・ DOI: 10.5281/zenodo.22829288
17. 山岸勇輝 (2026).『m＝4π と置くと h/m は ħ/2 になり、その 2 は不確定性の 2 とは別の根である』[論文1083]. YOI: https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/1083

18. 山岸勇輝 (2026). 『輪の間の石けん膜は間隔が半径の 1.3255 倍で切れるが、同じ形の鎖はいつでも垂れる』[論文1102]. YOI: https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/1102

19. 山岸勇輝 (2026). 『平均ではまん丸の原子どうしも、揺らぎの片寄りが向きをそろえて、距離の 6 乗に反比例して引き合う』[論文1109]. YOI: https://www.yamagishiyuuki.com/yoi/1109

— From thinking to syncing. —

山岸 勇輝 (Yuuki YAMAGISHI)

© 2026 Yamagishi Complexity Torus Lab, Japan · Licensed under Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)